SÉRIE A N° 962
N° D'ORDRE:
987

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE TITRE DE DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ

(Mention Sciences)

PAR

Georges NICOLO

PREMIÈRE THÈSE

La pompe à diodes, son application au comptage de particules nucléaires et à la détection des excursions rapides de puissance *d'une Pile* Atomique

DEUXIÈME THÈSE

Propositions données par la Faculté

Soutenues le 14 mai 1962 devant la Commission d'examen

MM. COTTE — Président

BLAQUIERE, RIOU — Examinateurs

FERMÉE
BIBLIOTHÈQUE
DE PARIS

SÉRIE A N° 962
N° D'ORDRE:
987

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE TITRE DE DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ
(Mention Sciences)

PAR

Georges NICOLO

PREMIÈRE THÈSE

La pompe à diodes, son application au comptage de particules nucléaires et à la détection des excursions rapides de puissance *d'une Pile* Atomique

DEUXIÈME THÈSE

Propositions données par la Faculté

Soutenues le 14 mai 1962 devant la Commission d'examen

MM. COTTE — Président
BLAQUIERE, RIOU — Examinateurs

R. UNIV. BIBLIOTHEEK LEIDEN

FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

PROFESSEURS

Doyen ..... ZAMANSKY

G. JULIA	T	Analyse supérieure et Algèbre supérieure
DE BROGLIE	T	Théories physiques
PRENANT	T	Anatomie et Histologie comparées
GRASSE	T	Evolution des êtres organisés
PREVOST	T	Chimie organique
CHAUDRON	T	Chimie appliquée
WYART	T	Minéralogie et Cristal.
TEISSIER	T	Zoologie
MANGENOT	T	Biologie Vég. (Orsay)
AUGER	T	Physique quantique et Relativité
MONNIER	T	Physiologie Générale
PIVETEAU	T	Paléontologie
ROCARD	T	Physique (E.N.S.)
CARTAN	T	Mathématiques (E.N.S.)
LAFFITTE	T	Chimie générale
FAVARD	T	Géométrie supérieure
COULOMB	T	Physique du Globe
Mlle COUSIN	T	Biologie Animale (SPCN)
CHRETIEN	T	Chimie minérale
DRACH	T	Zoologie
KASTLER	T	Physique (E.N.S.)
EPHRUSSI	T	Génétique
RIVIERE	T	Géologie SPCN et sédim.
GAUTHERET	T	Biologie Vég. (P.C.B.)
LUCAS R.	T	Recherches Physiques
THOMAS A.	T	Biologie cellulaire
ARNULF	T	Optique appliquée.
MORAND	T	Physique Enseignement
SOLEILLET	T	Physique (P.C.B.)
FORTIER	T	Mécanique exp. des Fluides
DANJON	T	Astronomie
PETIT	T	Biologie maritime
QUENEY	T	Météorologie et dynamique atmosphérique
GALLIEN	T	Embryologie
EICHHORN	T	Botanique
DE CUGNAC	T	Biologie Végétale (SPCN)
Mlle CAUCHOIS	T	Chimie Physique
THELLIER	T	Physique du Globe
L'HERITIER	T	Biologie Générale (Orsay)
GRIVET	T	Radioélectricité (Orsay)
PONCIN	T	Mécanique Générale
DUBREIL	T	Arithmétique et théorie des Nombres
QUELET	T	Chimie Organique
CAGNIARD	T	Géophysique appliquée
CHAMPETIER	T	Chimie macromoléculaire
CUVILLIER	T	Micropaléontologie
JUNG	T	Pétrographie
TRILLAT	T	Microscopie et diffraction électronique
WIEMANN	T	Chimie organique et struc.
JACQUINOT	T	Spectroscopie et physique céleste (Orsay)
VASSY	T	Physique de l'atmosphère
DESTOUCHES	T	Théories Physiques
AMIEL	T	Chimie générale
HOCART	T	Minéralogie et Cristallog.
J.P. MATHIEU	T	Physique (Optique)
COUTEAUX	T	Biologie animale (P.C.B.)
MAY	T	Zoologie (Orsay)
CHOQUET	T	Théorie des fonctions et Topologie
FELDMANN	T	Biologie Végétale marine
GUINIER	T	Physique des Solides (Orsay)
JOST	T	Physiologie comparée
FORTET	T	Calcul des Probabilités et Physique mathématique
SCHWARTZ	T	Calcul diff. et intégral
CHOUARD	T	Physiologie Végétale
MALAVARD	T	Aviation (Techn. Aéronaut.)
BRELOT	T	Calcul diff. et intégral
NORMANT	T	Synthèse organique générale
BENARD	T	Chimie Minérale
BUVAT	T	Botanique (E.N.S.)
DUGUE	T	Statistiques Mathématiques
SOULAIRAC	T	Psychophysiologie
TRICH	T	Physiologie Végétale
MARECHAL	T	Optique théorique et Appl.
KIRRMANN	T	Théories Chimiques
CHADEFAUD	T	Botanique
Mlle LE BRETON	T	Physiologie de la nutri.
SALEM	T	Mathématiques générales
LELONG	T	Applic. de l'analyse à la géométrie
DEVILLERS	T	Anatomie et Histologie Comp.
EHRESMANN	T	Topologie Algébrique
FRANCON	T	Physique (S.P.C.N.)
GLANGEAUD	T	Géographie phys. et Géologie dynamique
GODEMENT	T	Mathématiques (M.P.C.)
PISOT	T	Tech. Mathém. de la Phys.
ROCH	T	Géologie
SCHATZMAN	T	Astrophysique
TERMIER	T	Paléontologie stratig.
ZAMANSKY	T	Mathématiques générales
LENNUIER	T	Physique (M.G.P.)
RIZET	T	Génétique (Orsay)
ROUTHIER	T	Géologie appliquée
Mme TONNELAT	T	Physique Théorique
DIXMIER	T	Mathématiques (M.P.C.)
SOUCHAY	T	Chimie générale
AIGRAIN	T	Electrotechnique géné.
BRUSSET	T	Chimie systématique
M. LEVY	T	Physique théorique des hautes énergies (Orsay)
Mme CHAIX	T	Chimie biologique
Mme HUREL-PY		Biologie Végétale (PCB)
PIAUX	T	Chimie (M.P.C.)
BRUN	T	Mécan. théorique des Fluides
LEDERER	T	Chimie biologique
Mme. DUBREIL	T	Mathém. (Agrégation)
Mme LELONG	T	Mathématiques (E.N.S.)
BELLAIR	T	Géologie (S.P.C.N.)
COTTE	T	Physique électricité
DUBOIS J.E.	T	Chimie organique
LAMOTTE	T	Zoologie (E.N.S.)
MICHEL A.	T	Chimie Minérale (Orsay)
OLMER	T	Energétique générale
ROUAULT	T	Electricité (Orsay)
GAUTHIER	T	Mécanique appliquée
BARCHEWITZ	T	Chimie Physique
BROSSEL	T	Physique atomique
BUSER		Physiologie comparée
CAMUS		Physiologie Vég. BMPV
CASTAING	T	Physique (Orsay)
CURIEN	T	Minéralo. et Cristallog.
MOYSE	T	Physiologie Végé. (Orsay)
NOIROT		Evolution des Etres Org.
PANNETIER	T	Chimie générale (Orsay)
POSSOMPES	T	Zoologie
PULLMANN	T	Chimie théorique
TEILLAC	T	Physique Nucl. et Radioactivité
TONNELAT	T	Biologie Physico-chim.
VILLE	T	Econométrie
WILLEMART		Chimie (P.C.B.)
DODE	T	Chimie (Orsay)
FREYMANN	T	Recherches Physiques
GUINOCHET	T	Biol. Vég. SPCN (Orsay)
ROLLET	T	Chimie (P.C.B.)
Mlle JOSIEN	T	Chimie S.P.C.N.
CHEVALLEY	T	Géométrie algébrique et théorie des groupes
ARNOULT	T	Electronique (Orsay)
CHAPELLE	T	Physique (Orsay)
DELANGE	T	Mathématiques (Orsay)
DENY	T	Mathématiques Géné. Orsay
GERMAIN	T	Mécan. théor. des fluides
LUCAS G.	T	Géologie
ALLARD	T	Chimie Physique
BERTHELOT	T	Phys. Fondamentale des Hautes Energies (Orsay)
BRICART	T	Météorologie et phys. de l'Atmosphère.
Mme ALBE-FESSARD		Psychophysiologie
FRIEDEL		Physique des Solides (Ors)
M. JULIA		Etudes des Moléculaires naturelles complexes
LENDER	T	Biol. Animale (SPCN) Orsay
MAGAT		Physico-chimie des radio-éléments
Mlle QUINTIN	T	Electrochimie
MONOD	T	Chimie du métabolisme
BENOIT	T	Physiol. Anim. (Orsay)
DE POSSEL	T	Analyse numérique
CHARLOT	T	Chimie analytique
HAISSINSKY	T	Radiochimie
LEMEE	T	Physiol. Vég. BMPV (Orsay)
GUERIN	T	Chimie M.P.C. (Orsay)
CHATELET M.		Chimie (P.C.B.)
JEAN	T	Physique Nucléaire (Orsay)
MATTLER	T	Physique S.P.C.N.
MICHEL L.		Phys. Théor. des Htes Energies (Orsay)
BERGERARD		Zoologie (Orsay)
BERTEIN		Electronique (Orsay)
BOUISSIERES		Chimie des Radioéléments (Orsay)
Mme COUTURE		Thermodynamique et Méc. Physique
ELLENBERGER		Géologie appli. s/le terr.
FRANC		Biol. Animale (P.C.B.)
SCHNELL		Botanique tropicale (Orsay)
STOLKOWSKI		Physiologie générale
ACHER		Chimie Biol. (Orsay)
BAUDOIN		Biologie animale P.C.B.
BEAUMONT		Biologie animale SPCN
BLAMONT		Géophysique Ionosphère
BOURREAU		Botanique
CURIE D.		Physique (M.G.P.)
DURAND-DELGA		Géologie
FREON	T	Chimie organique (Orsay)
HELLER		Physiologie végétale
TORFRAT		Calcul des Probabilités
CAILLEUX		Géologie (S.P.C.N.)
MAGNAN	T	Physique (S.P.C.N.)
DAUDEL	T	Mécanique ondulatoire appl. à la Chim. Théor. et à la Phys. Nucléaire
Mlle FOURCHOY		Biol. Végétale (SPCN)
Mme CHOQUET-BRUHAT	T	Méc. Analytique et Méc. céleste
Mlle VEIL		Physiologie Générale
LWOFF	T	Microbiologie
SIESTRUNCK	T	Mécan. Phys. et Expérim.
LACOMBE	T	Métallur. des métaux Nucl.
BROCHARD	T	Physique P.C.B. (Orsay)
CABANNES	T	Mécanique générale
LESIEUR	T	Mathématiques MPC (Orsay)
MAZET	T	Mécanique générale (Orsay)
CAIRE		Géographie phys. et Géol. Dynamique
COMOLET		Mécanique des Fluides
CORABŒUF		Physiologie Animale
DELLOUE		Physique de l'exosphère
GORENFLOT		Botanique II (Orsay)
HOUILLON		Biologie Animale P.C.B.
JULLIEN J.		Chimie P.C.B.
MALGRANGE		Tech. Math. de la Phys.
OLIVIER		Antropologie
NOZERAN	T	Botanique II (Orsay)
BLANC-LAPIERRE		Physique ENS. (Orsay)

Secrétaire Général ..... R. POULLAIN

A la mémoire de Monsieur le Duc Maurice de BROGLIE

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41538128_0028

INTRODUCTION

La mesure de rayonnement nucléaire s'effectue, soit par des détecteurs fournissant un courant, soit par des détecteurs fournissant des impulsions.

Mon travail me conduisant journellement auprès des piles atomiques, je raisonnerai le plus souvent en fonction du flux de neutrons que l'on doit mesurer dans ce cas ; mais il est évident que ces premières considérations peuvent s'appliquer à bien d'autres éventualités.

1 - DETECTEUR DE COURANT

Le plus populaire est la chambre d'ionisation. Dans le meilleur modèle employé au C.E.A, un flux de 1 $n/cm^2/s$ donne une intensité de $1,2.10^{-14}$ A.

Toutefois, on peut l'employer lorsque l'intensité débitée est voisine de 10^{-13} A (limite optimiste inhérent à l'appareil).

Il est bien évident que la mesure d'intensités si faibles est délicate. Elle exige une résistance de charge extrêmement élevée, voire de l'ordre de $10^{12}\Omega$.

La capacité de cette chambre est de l'ordre de 70.10^{-12} farads ; d'où une constante de temps d'intégration de :

$$10^{12} \times 7.10^{-11} = 70 \text{ secondes.}$$

Cet appareil répond très lentement aux variations de flux neutronique.

2 - DETECTEUR PAR IMPULSIONS

Il permet d'atteindre plus aisément des niveaux plus bas. Alors, il devient possible d'effectuer, à l'aide ces compteurs à impulsions, soit des mesures continues, par exemple, par l'emploi des intégrateurs, soit des mesures discontinues, par l'utilisation des échelles.

En particulier, dans le cas des piles atomiques, la mesure de particules nucléaires effecutée par comptage continu linéaire joue un rôle capital dans la connaissance du flux de neutrons en régime sous-critique, notamment lors des divergences et des démarrages à froid. Ceci reste vrai d'ailleurs même lorsque l'on a soin d'introduire une source de neutrons auxiliaire dans le coeur du réacteur.

Prenons en exemple, la Pile d'Enseignement Atomique Française "ULYSSE" de coeur cylindrique, dépourvu de produits de fission au moment de sa mise en route. Elle contient une source de PoBe de 3,5 c émettant environ $6.10^6 n/s$.

A l'aide d'un dispositif mécanique qui permet de déplacer la source, il est possible de faire fonctionner l'électronique de comptage linéaire pour un flux de neutrons relativement faible de l'ordre de 5 $n/cm^2/s$.

Lors des divergences et par principe propre au fonctionnement de l'électronique de comptage, l'opérateur doit avoir une attention soutenue, afin de pouvoir, en temps opportun, changer de gamme.

Si cette opération n'est pas effectuée, elle entraîne, dans le cas d'ULYSSE et aussi dans certains réacteurs, la chûte des barres de contrôle, et dans d'autres, leur arrêt.

Pourtant ceci ne peut être, en aucun cas, considéré comme étant un défaut qui puisse justifier une telle conséquence.

3 - REPONSE LINEAIRE

Un intégrateur linéaire sur plusieurs décades et sans circuit de commutation de gamme pallie ce défaut.

Une simple méthode d'intégration est l'emploi d'un dispositif électronique nommé "pompe à diodes". Malheureusement, ce montage ne fournit pas un signal de sortie d'amplitude proportionnelle à la fréquence des impulsions comptées.

L'appareil que je propose, basé sur le même principe, est un intégrateur linéaire sur une gamme de fréquence très étendue. Il a été étudié théoriquement et expérimentalement.

Si l'on souhaite, cependant, éviter la commutation des gammes, il devra comporter un appareil de mesure ayant une vaste gamme d'utilisation.

Enfin, il faudra, cependant, consentir à des fluctuations statistiques élevées pour les taux de comptage très faibles.

4 - REPONSE LOGARITHMIQUE

Du fait même que la pompe à diodes non corrigée ne fournit pas un signal d'amplitude "*linéaire*" en fonction de la fréquence de répétition, il est possible, par une association convenable de pompes à diodes, d'obtenir une réponse logarithmique dont l'intérêt est l'emploi d'un appareil de lecture plus compact.

Remarquons, toutefois, que cette seconde mesure est, de loin, moins précise que la première.

C'est le deuxième appareil que je décrirai et qui a également fait l'objet des études théorique et expérimentale.

5 - APPLICATIONS

Traitant de la pompe à diodes, j'ai cru bon d'en citer quelques applications :

- Diviseur de fréquence

- Lecture continue d'un spectre d'impulsions à l'aide d'un intégrateur (par exemple, spectromètre γ enregistreur).

6 - REPONSE RAPIDE A UNE VARIATION DE PUISSANCE

La sécurité d'une pile atomique est assurée seulement si les variations trop rapides de puissance sont arrêtées dans le temps le plus bref.

J'ai étudié ce problème en définissant d'abord le temps limite théorique de réponse d'un intégrateur à une croissance de puissance, à l'aide d'un appareil supposé "idéal" ayant un minimum parfaitement adapté à la forme de l'excursion de puissance.

Ce calcul fournit une base de comparaison pour les dispositifs étudiés.

En particulier, j'ai étudié, suivant ce critère, les propriétés d'une pompe à diodes linéaire pour des excursions de puissance exponentielle.

Enfin, on obtient un dispositif de réponse rapide dans une vaste gamme d'excursions de puissance, et sans aucun contrôle extérieur de l'appareil, par l'ensemble de deux pompes à diodes en opposition.

L'occasion m'est ici offerte de remercier tous ceux qui, directement ou indirectement, m'ont aidé dans ma tâche.

Ma sincère gratitude s'adresse en tout premier lieu à Monsieur le Duc Maurice de BROGLIE, regretté Directeur des Laboratoires des rayons X et qui m'a permis de parfaire mes travaux dans ses laboratoires.

Ma reconnaissance envers Monsieur AMBROSINO, Directeur-Adjoint, est aussi grande. Sous sa direction, ses conseils techniques éclairés, son dévouement toujours aussi vif à la cause de la science, les travaux furent menés à bien.

Ensuite, j'adresse un grand merci au personnel électronicien de ces laboratoires, en particulier à Monsieur CHAUMEIL et au personnel électronicien du L.C.A., notamment à Monsieur DEVEAUX Chef du Département Electronique et à Monsieur PLANCHETTE.

Enfin que la Direction du C.E.A et particulièrement la Direction Industrielle soit assurée, par ces lignes trop brèves, de mon entière reconnaissance pour sa compréhension et sa volonté de permettre à chacun de développer ses connaissances, montrant ainsi l'esprit le plus généreux.

Je tiens à remercier tout particulièrement Mesdemoiselles BERCY et SABLE qui ont eu l'ingrâte tâche de *la frappe*.

La bibliographie commentée que je donne à la fin de l'ouvrage contient seulement les articles dans lesquels est étudié un aspect fondamental de mon problème.

Sans être complète, elle contient des idées qui m'ont effectivement aidé dans mon travail.

CHAPITRE I

POMPE A DIODES
PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT

1-0 - PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT

La pompe à diodes est un diviseur de tension par capacités (C_1 et C_2) qui permet de déposer sur le condensateur C_2 une charge à l'aide d'une impulsion brève, calibrée, appliquée au point x (ou une série de telles impulsions).

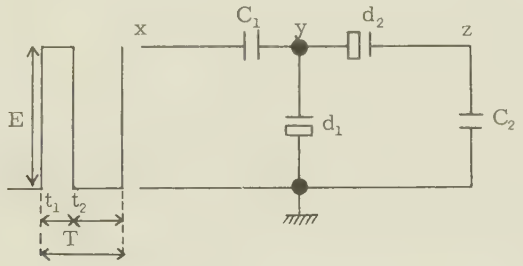

Fig. 1

La figure 1 montre le schéma applicable aux impulsions positives.

Si une impulsion apparaît au point x, le potentiel du point y devient supérieur à celui de la masse et à celui du point z. La diode d_1 est isolante et la diode d_2 conductrice. Une charge s'écoule du condensateur C_1 vers le condensateur C_2.

Lorsque le potentiel du point x revient au potentiel de la masse, la liaison conductrice entre les points y et z est interrompue dès que le potentiel du point y devient inférieur à celui du point z.

Alors, la diode d_2 empêche le condensateur C_2 de se décharger dans le circuit qui le précède.

Parallèlement, lorsque le potentiel du point y tend à devenir négatif, la diode d_1 devient conductrice et rend égal le potentiel du point y à celui de la masse.

La diode d_1 a pour but de décharger le condensateur C_1 après la réception d'une impulsion, afin qu'il soit dans les conditions initiales à l'arrivée de l'impulsion suivante.

1-1 - FONCTIONNEMENT

Pour bien comprendre le fonctionnement du circuit, figure 1, je suppose qu'à l'instant initial, avant l'arrivée de tout signal, les points x, y et z sont au potentiel de la masse.

L'arrivée de la première impulsion positive porte le potentiel du point x à la valeur positive E ; le potentiel du point y suit celui du point x.

Pratiquement, j'admets que, pendant la durée t_1 de l'impulsion positive, les diodes d_2 et d_1 présentent respectivement une résistance nulle et infinie. Alors les deux condensateurs en série se chargent et les points y et z sont portés au potentiel

$$V_1 = \frac{C_1}{C_1 + C_2} E = \alpha \quad E \tag{1}$$

qui reste constant aussi longtemps que le point x est au potentiel E.

La fin de l'impulsion positive ramène brusquement le point x au potentiel de la masse. Alors, pendant la durée t_2 de l'impulsion négative, le potentiel du point y décroît et le rôle des diodes est inversé, c'est-à-dire que d_1 présente une résistance nulle et d_2 une résistance infinie, n'offrant pas, de ce fait, de possibilité au condensateur C_2 de se décharger ; le potentiel du point z se maintient à la valeur v_1 jusqu'à l'arrivée d'une nouvelle impulsion.

En effet, le potentiel du point y décroît d'abord parallèlement au potentiel de x et ensuite atteint le potentiel de la masse (valeur qu'il atteint effectivement puisque v_1 est inférieure à E). La diode d_1 devient conductrice et le potentiel du point y reste celui de la masse jusqu'à la prochaine impulsion positive.

En définitive, la première impulsion a fourni au condensateur C_2 une charge q_1 de :

$$q_1 = E. \frac{C_1 \ C_2}{C_1 + C_2} \tag{2}$$

et la situation à l'arrivée de $n^{ième}$ impulsion peut se résumer comme suit :

- les points x et y sont au potentiel de la masse et le point z au potentiel v ; le condensateur C_2 ayant été chargé par les impulsions précédentes.

Pour connaître la charge supplémentaire acquise par le condensateur C_2 après la $n^{ième}$ impulsion, il suffit de recommencer le raisonnement précédent.

En fixant arbitrairement à - v le potentiel de la masse, l'amplitude de l'impulsion d'entrée, avec cette nouvelle base, est E - v et la charge collectée par le condensateur C_2 est :

$$q = \frac{C_1 \ C_2}{C_1 + C_2} (E-v) \tag{3}$$

L'application de cette relation fondamentale permet de traiter tous les problèmes relatifs à la pompe à diodes, en première approximation.

Remarquons que v est le potentiel du point z avant l'arrivée de la $n^{ième}$ impulsion qui l'augmente d'une quantité correspondante à la charge (3). Pour une suite d'impulsions périodiques rectangulaires de fréquence de répétition f et d'amplitude maximale E, on appliquera le raisonnement suivant :

Si $v_{(n-1)}$ est le potentiel du point z après le (n - 1) = ^{ième} impulsion, la $n^{ième}$ impulsion l'augmentera d'une quantité :

$$v_n - v_{(n-1)} = \alpha \ [E - v_{(n-1)}]$$

d'où :

$$v_n = \alpha \ E + (1 - \alpha) \ v_{(n-1)} \tag{4}$$

formule de récurrence qui permet de calculer immédiatement le potentiel v_n ; soit :

$$v_n = E \ [1 - (1 - \alpha)^n] \tag{5}$$

Ainsi, le potentiel du point z tend vers la valeur de l'amplitude maximale, E, du signal d'entrée suivant la formule (5) qu'on peut aussi mettre sous la forme :

$$v_n = E \left[1 - e^{-n \log \frac{1}{1-\alpha}} \right]$$

Si les impulsions sont périodiques avec la fréquence f, alors, après le temps t, l'appareil aura reçu n impulsions :

$$n = f\,t$$

Il vient alors :

$$v_n = E\left[1 - e^{-ft\log\left(\frac{1}{1-\alpha}\right)}\right] \qquad (6)$$

Dans le cas que j'envisage, la capacité du condensateur C_1 est très faible devant celle du condensateur C_2 ($C_1 \ll C_2$) la constante du temps, ϑ, de cette charge est approximativement égale à :

$$\vartheta \# \frac{C_2}{f\,C_1} \qquad (7)$$

En résumé, les diodes d_1 et d_2 permettent la charge du condensateur C_2 pour des impulsions positives. La diode d_2 empêche le condensateur C_2 de se décharger entre les impulsions positives. Parallèlement la diode d_1 décharge le condensateur C_1, afin de lui permettre d'acquérir une nouvelle charge à l'impulsion prochaine, qu'il transmettra au condensateur C_2.

1-2 - REMARQUES SUR LES IMPERFECTIONS DES DIODES

Pendant la période de conduction. la diode d_2 peut être représentée, sans grande erreur, comme une résistance, dite "directe" R_d, la charge de ces deux condensateurs en série C_1 et C_2 se fait par cette résistance. La croissance du potentiel de C_2 ne sera pas instantanée, mais procèdera suivant une loi bien connue où l'exponentielle aura la période :

$$\frac{R_d\,\frac{C_1\,C_2}{C_1 + C_2}}{} \# R_d\,C_1$$

Il s'en suit que la résistance directe de la diode d_2 ne modifie pas le résultat du calcul précédent si la durée de l'impulsion positive est grande devant $R_d\,C_1$. ($t_1 \gg R_d\,C_1$).

On remarque, de la même façon, que l'impulsion négative déchargera entièrement le condensateur C_1 si sa durée est grande devant $R_d\,C_1$; R_d étant ici la résistance directe de la diode d_1.

Quant aux résistances inverses qui ne sont pratiquement pas infinies, elles déchargent, pendant la durée de l'impulsion négative, le condensateur C_2 et c'est précisément ce cas que je vais traiter dans sa généralité au chapitre suivant.

Un mot en passant au sujet des capacités parasites des diodes, elles jouent un rôle d'autant plus négligeable qu'elles sont plus petites devant la capacité des condensateurs C_1 et C_2.

1-3 DIVISEUR DE FREQUENCE

Une application immédiate du montage précédent est la construction d'un diviseur de fréquence, ou encore d'une échelle à n impulsions, pour employer le langage de la physique nucléaire.

Prenons, par exemple, n = 5, 5 impulsions porteront le point z à un potentiel, u, qui, agissant sur un relais, d'une part, inscrira une impulsion dans une mémoire et d'autre part, reportera le potentiel du point z à la masse.

D'après la formule (5), la variation du potentiel de z en fonction de n est :

$$v_n = E\,[1 - (1 - \alpha)^n] \qquad \alpha = \frac{C_1}{C_1 + C_2}$$

qui se simplifie en :

$$v_n = E\,\alpha\,n \qquad (8)$$

si $\alpha\,n$ est très inférieur à 1.

Il est évident que l'on a intérêt à se placer dans les conditions où cette formule approchée s'applique. Enfin, il est possible de réaliser une résistance de fuite très élevée par un dispositif de contre-réaction.

Des échelles rapides ont été conçues sur ce principe. cf. Millimicrosecond pulses technics par F.C. Williams.

CHAPITRE II

POMPE A DIODES CHARGÉE PAR UNE RÉSISTANCE

2-1-1 - Impulsions périodiques

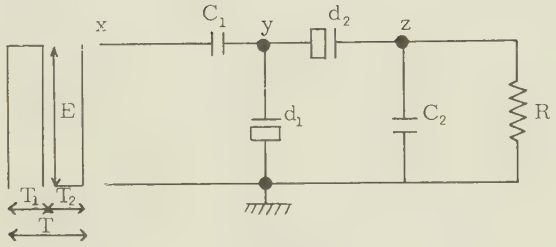

Fig. 2

Dans l'exemple précédent, la valeur finale du potentiel au point z est l'amplitude maximale du signal d'entrée quelle que soit la fréquence des impulsions.

Pour obtenir un dispositif sensible à celle-ci, il suffit de mettre en parallèle sur le condensateur C_2, une résistance, R.

Lorsque ce montage reçoit une série d'impulsions périodiques rectangulaires de fréquence de répétition f, et de période $T = \frac{1}{f}$, (cette période se divisant en une durée T_1 pendant laquelle le potentiel au point x est E et en une autre T_2 pendant laquelle il devient nul), le potentiel du point z tend vers une valeur d'équilibre, valeur moyenne V, pour laquelle la charge apportée par chaque impulsion est égale à la charge qui s'écoule par la résistance, R, au cours d'une période.

Si, en première approximation, j'admets que le potentiel à l'équilibre est constant, je pourrai le déterminer en écrivant :

$$f \cdot \frac{C_1 \quad C_2}{C_1 + C_2} (E - V) = \frac{V}{R}$$

d'où :

$$V = E \cdot \frac{f R \quad C_1}{f R \quad C_1 + 1}$$

Pour avoir une représentation plus précise de la manière dont on atteint l'équilibre et de la variation du potentiel suivant l'arrivée des impulsions, je dois faire un calcul plus complet.

J'appellerai $V_{(n-1)}$ et W_n le potentiel z à l'instant qui précède et à l'instant qui suit respectivement l'arrivée de la $n^{ième}$ impulsion.

Alors :
$$W_n - V_{(n-1)} = \alpha \, [E - V_{(n-1)}]$$

d'où :
$$W_n = \alpha \; E + (1 - \alpha) \; V_{(n-1)} \qquad (9)$$

Pendant la durée T_1, la diode d_2 est conductrice, les deux condensateurs, C_1 et C_2, en parallèle se déchargent dans la résistance de charge, R et à la fin du temps T_1, le potentiel au point z devient alors :

$$k_1 \; W_n = W_n \; e^{- T_1 / R (C_1 + C_2)} \qquad (10)$$

Cependant, pendant la durée T_2, la diode d_2 présente une résistance inverse théoriquement infinie et seul le condensateur C_2 se décharge dans la résistance R ; le potentiel du point z diminue comme le facteur :

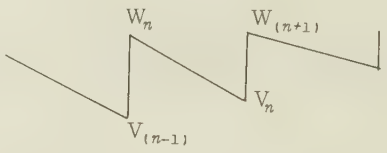

Fig. 3

$$k_2 = e^{-T_2/RC_2}$$

En résumé, je puis écrire :

$$V_n = k_1 k_2 W_n = W_n \, e^{-T_1/R(C_1+C_2)} \quad e^{-T_2/RC_2} \tag{11}$$

La formule de l'équation 11 permet d'établir une formule de récurrence pour les potentiels V_n (ou les potentiels W_n).

$$V_n = \alpha \, E \, k_1 k_2 + (1 - \alpha) \, k_1 k_2 \, V_{(n-1)}$$

d'où l'on déduit :

$$V_n = \alpha \, E \, k_1 k_2 \left[1 + k_1 k_2 (1 - \alpha) + \ldots + [(1 - \alpha) k_1 k_2]^{n-1} \right]$$

$$\left(1 - \frac{k_1 k_2 C_2}{C_1 + C_2} \right)^n$$

$$V_n = k_1 k_2 C_1 E. \frac{}{C_1 + C_2 (1 - k_1 k_2)} \tag{12}$$

La valeur moyenne du potentiel devient donc :

$$\bar{v}_n = \frac{1}{T} \int_{nT}^{(n+1)T} v(t) \, dt$$

en particulier, il vient :

$$\bar{v} = E. \frac{f R C_1}{f R C_1 + 1}$$

2-1-2 - Valeurs asymptotiques

Lorsque le facteur n tend vers l'infini ($n \longrightarrow \infty$), le potentiel v_n tend vers la valeur suivante :

$$V(\infty) = E. \frac{k_1 k_2 C_1}{C_1 + C_2 (1 - k_1 k_2)} \tag{13}$$

et de même :

$$W(\infty) = E. \frac{C_1}{C_1 + C_2 (1 - k_1 k_2)} \tag{14}$$

Un appareil linéaire de mesure du potentiel ayant une période longue donnera une indication proportionnelle à la valeur moyenne, $\bar{v}$, du potentiel qui se calcule aisément ; soit :

$$\bar{v} = f R C_1 E. \frac{C_1 (1 - k_1) + (1 - k_1 k_2) C_2}{C_1 + C_2 (1 - k_1 k_2)} \tag{15}$$

Si les impulsions sont brèves de façon que je puisse confondre le facteur k_1 avec l'unité : l'équation 15 s'écrit alors :

$$\bar{v} = f\ R\ C_1\ E.\ \frac{C_2\ (1 - k_2)}{C_1 + C_2\ (1 - k_2)} \tag{16}$$

avec :

$$k_2 = e^{-T_2/f\ R\ C_2}$$

Enfin, si le facteur $f\ R\ C_2$ est très grand devant l'unité, ce que je confirme ultérieurement, je trouve en développant au premier ordre :

$$\bar{v} \# \frac{f\ R\ C_1}{f\ R\ C_1 + 1} \quad \text{(impulsions brèves, } f\ R\ C_2 \gg 1) \tag{17}$$

Les conditions de validité démontrées sont pour des impulsions de forme constante (E et T constants).

Pratiquement, ces conditions se résument :

$$R\ C_2 \gg T_{max} \qquad \text{pour } C_1 \ll C_2 \tag{18}$$

T_{max} = période la plus grande de la gamme de mesure de mon appareil, la limite minimale de cette gamme étant du reste T_1.

J'emploierai la formule 17 dans la discussion sur la linéarité de l'appareil que je propose. Les figures 4 et 4 bis montrent la montée du potentiel du point z en fonction du temps.

2-1-3 - Ondulation

Même à "l'équilibre", le potentiel du point z n'est pas constant, il varie depuis $V\infty$ jusqu'à $W\infty$ et la valeur relative de l'ondulation s'exprime comme suit :

$$\frac{\Delta \bar{v}}{\bar{v}} = \frac{W\infty - V\infty}{\bar{v}} \tag{19}$$

En développant le calcul avec la même approximation que celle employée ci-dessus, il vient donc :

$$\sigma_1 = \frac{1}{f\ R\ C_2} \tag{20}$$

Dans la réalisation pratique de l'appareil, on choisira une constante de temps, RC_2, suffisamment grande pour que l'ondulation soit inférieure à l'erreur de lecture de l'appareil.

2-1-4 - Constante de temps caractérisant la vitesse de réponse de l'appareil

Sachant que le potentiel maximal fourni par la $n^{ième}$ impulsion a pour expression :

$$W_n = E.\ \frac{C_1}{C_1 + C_2\ (1 - k_1\ k_2)} \left[1 - \left(\frac{C_2\ k_1 k_2}{C_1 + C_2} \right)^n \right];$$

la valeur relative à un grand nombre d'impulsions est atteinte suivant la fonction :

$$W_n = W\ (1 - e^{-\lambda t}) \tag{21}$$

avec :

$$\lambda = f\ \log\ nep.\ \frac{C_1 + C_2}{k_1\ k_2\ C_2}$$

Dans les mêmes notations que ci-dessus ; il vient alors :

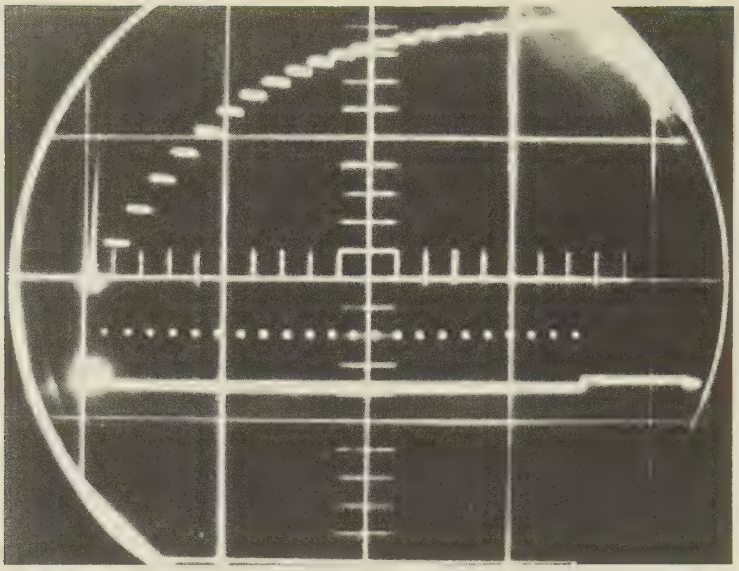

Fig. 4

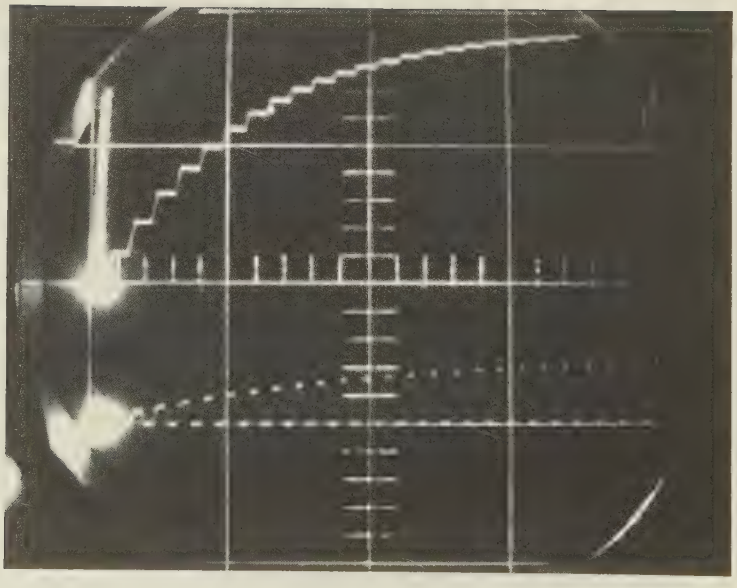

Fig. 4 bis

Processus d'équilibre

$$\lambda = \frac{1}{R\ C_2} + f \log \left(1 + \frac{C_1}{C_2}\right) - \frac{f\ T_1}{R\ C_2} \cdot \frac{C_1}{C_1 + C_2}$$

Comme je l'ai déjà laissé pressentir, la capacité du condensateur, C_1, est négligeable devant celle du condensateur, C_2, alors le facteur λ se réduit partiellement à :

$$\lambda = \frac{1 + f\ R\ C_1}{R\ C_2} \qquad (22)$$

La période de mise en équilibre est donc voisine du produit $R\ C_2$, mais lui est tout de même inférieure.

Remarquons que le second terme de la formule complète est celui que j'ai trouvé dans mon premier exemple où la résistance de charge avait une valeur infinie.

2-2-5 - Mémoire exponentielle

Si, comme je l'ai déjà dit, j'admets que la largeur T_1 des impulsions est infiniment petite, il est possible de présenter les résultats précédents d'une manière plus élégante.

En effet, si à un instant (t = to), le condensateur C_2 reçoit une certaine quantité d'électricité, q, à l'instant ultérieur t, il conserve de cette charge la quantité :

$$q\ e^{-(t - to)/R\ C_2}$$

La pompe à diodes possède une mémoire exponentielle caractérisée par la période $R\ C_2$.

Si, à l'état initial, tous les points sont au potentiel de la masse, il est évident que le potentiel du point z à l'instant t est donné par l'équation intégrale :

$$C_2\ v\ (t) = \int_o^t f\ \frac{C_1\ C_2}{C_1 + C_2} [\ E - v\ (t')\ ]\ e^{-(t - t')/RC_2}\ dt \qquad (23)$$

Rigoureusement, la fonction v (t) est une fonction discontinue présentant un saut à chaque impulsion reçue. J'admets que la solution continue de l'équation (23) représente le potentiel moyen du point z ; soit :

$$v\ (t) = f.\ \frac{C\ e^{-t/R\ C_2}}{C_1 + C_2} \int_o^t [\ E - v\ (t')\ ]\ e^{-t'/RC_2}\ dt' \qquad (24)$$

d'où :

$$\frac{d\ v\ (t)}{dt} = \frac{1}{R\ C_2} \cdot v\ (t) + f\ \frac{C_1}{C_1 + C_2} [E - v\ (t)]$$

et :

$$\frac{d\ v}{d\ t} + \left(\frac{1}{R\ C_2} + f. \frac{C_1}{C_1 + C_2}\right) v = f\ E\ \alpha$$

Il vient alors :

$$v_{(t \to \infty)} = E.\ \frac{f\ R\ C_1}{f\ R\ C_1 + 1. + \frac{C_1}{C_2}} \qquad (25)$$

D'autre part :

$$v_{(t)} = v_\infty\ (1 - e^{-\lambda t})$$

avec :

$$\lambda = \frac{1}{R\ C_2} + f \frac{C_1}{C_1 + C_2}$$

$$\# \frac{1 + f\ R\ C_1}{R\ C_2} \text{ avec } C_1 \ll C_2$$

Remarque

Dans le raisonnement précédent, j'ai supposé que l'impulsion était infiniment brève. Si c'était le contraire, la plus grande partie de la période serait occupée par l'impulsion positive, alors la perte serait constituée par décharge des deux condensateurs, C_1 et C_2, en parallèle à travers la résistance de charge, R.

Dans le cas, l'équation intégrale 24 s'écrit :

$$C_2\, v\,(t) = \int_o^t f\, \frac{C_1\ C_2}{C_1 + C_2}\, [E - v\,(t')]\ e^{-(t-t')/R\,(C_1+C_2)}\, dt'$$

et l'équation différentielle équivalente :

$$\frac{dv}{dt} = \frac{1}{R\,(C_1 + C_2)}\, v\,(t) + f\, \frac{C_1}{C_1 + C_2}\, [E - v\,(t)]$$

d'où :

$$\frac{dv}{dt} + v \left[f\ \alpha + \frac{1}{R\,(C_1 + C_2)} \right] = f\ \alpha\ E.$$

et :

$$v\,(t \longrightarrow \infty) = E.\ \frac{f\ R\ C_1}{f\ R\ C_1 + 1}$$

Pratiquement, les deux résultats sont identiques, car la capacité du condensateur C_1 reste toujours négligeable devant celle du condensateur C_2.

2-2 - IMPULSIONS ALEATOIRES

Dans cette partie, je vais chercher la valeur moyenne du potentiel au point z et les fluctuations lorsque la pompe à diodes reçoit des impulsions distribuées au hasard dans le temps.

Je suppose, comme dans mes hypothèses précédentes, que les impulsions rectangulaires sont infiniment brèves. Par conséquent, la constante de temps de décharge reste également à $R\ C_2 = \frac{1}{\mu}$

Plus loin, je prendrai en considération l'influence de la largeur de l'impulsion (temps mort.)

Par ailleurs, les impulsions sont distribuées dans le temps, suivant la loi de Poisson.

Par analogie avec l'étude précédente, relative aux impulsions périodiques, je fais un raisonnement identique et je pose : (figure 5).

$$W_o = 0 \qquad \text{en } t = 0$$

et

$$W_1 = E \qquad \text{en } t = T_1$$

Si en particulier, je considère qu'à l'instant t égal à zéro t = 0, l'appareil de mesure donne une indication correspondant à l'amplitude $W_{(n-1)}$ j'obtiens alors à un instant $t = t_{(n)}$, moment de l'arrivée de la $n^{ième}$ impulsion, un signal d'amplitude égale à :

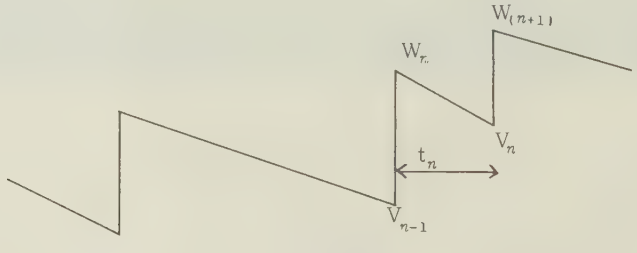

Fig. 5

1/ $$W_{n+1} = \alpha E + (1 - \alpha) V_n$$

$$V_n = W_n \; e^{-\mu t_n} \qquad \mu = \frac{1}{R C_2}$$

$W_{n+1} = \alpha E + (1 - \alpha) W_n \; e^{-\mu t_n}$. : formule de récurrence sur les valeurs réelles

$$< W_{n+1} > = \alpha E + (1 - \alpha) < W_n^{-\mu t_n} >$$

t_n est indépendant de la valeur W_n

$$< W_n \; e^{-\mu t_n} > = < W_n > < e^{-\mu t_n} >$$

probabilité de t_n $(t_n$ à $t_n + dt_n)$: $e^{-f t_n} \; f \, dt_n$

$$< e^{-\mu t_n} > = \int_o^{t_n} e^{-\mu t} \; e^{-f t} \; f \, dt = \frac{f}{f + \mu}$$

$< W_{n+1} > = \alpha E + (1 - \alpha) < W_n > \frac{f}{f + \mu}$. formule de récurrence sur les valeurs moyennes

en particulier :

$$< W_\infty > = \alpha E + (1 - \alpha) < W_\infty > \frac{f}{f + \mu}$$

donc

$$< W_\infty > = \alpha E \frac{\mu + f}{\mu + \alpha f}$$

2/ Ce qui m'intéresse n'est ni W, ni V, c'est la valeur moyenne de la décroissance qui va de W_n à V_n.

Appelons v (t) la valeur de ce potentiel décroissant.

$$V_n = W_n \; e^{-\mu t_n}$$

$$v(t) = W_n \; e^{-\mu t}$$

moyenne arithmétique

$$\bar{v}(t) = W_n \frac{1}{t_n} \int_o^\infty e^{-\mu t} \, dt = W_n \frac{1 - e^{-\mu t_n}}{\mu t_n}$$

moyenne statistique de cette moyenne arithmétique

$$< \bar{v}_{(n)} > = < W_n \frac{1 - e^{-\mu t_n}}{\mu t_n} >$$

$$= < W_n > < \frac{1 - e^{-\mu t_n}}{\mu t_n} >$$

calcul de

$$< \frac{1 - e^{-\mu t_n}}{\mu t_n} > = \int_o^\infty \frac{1 - e^{-\mu t}}{\mu t} e^{-f t} \; f \, dt$$

$$= \frac{f}{\mu} \log \left(1 + \frac{\mu}{f} \right)$$

et de la valeur moyenne

$$< \bar{v}_{(n)} > = < W_n > \frac{f}{\mu} \log \left(1 + \frac{\mu}{f} \right)$$

pour le cas $n \longrightarrow \infty$

$$< \bar{v} > = \alpha E \frac{\mu + f}{\mu + \alpha f} \cdot \frac{f}{\mu} \log \left(1 + \frac{\mu}{f} \right)$$

Si $f\ R\ C_2 \gg 1$

$$\langle \bar{v} \rangle = \frac{f\ R\ C_1\ E}{f\ R\ C_1 + 1 + \frac{C_1}{C_2}}$$

Si $C_1 \ll C_2$

$$\langle \bar{v} \rangle = \frac{f\ R\ C_1\ E}{f\ R\ C_1 + 1}$$

2-2-3 - 1/ Tension d'ondulation

Il est intéressant de calculer sur les valeurs moyennes l'équivalent de la tension d'ondulation que j'ai calculé dans le cas des impulsions périodiques :

$$\sigma_1 = \frac{\langle W\infty \rangle - \langle V\infty \rangle}{\bar{v}} = \frac{1}{f\ R\ C_2}$$

2-2-4 - 2/ Temps de montée

Il est facile de constater que le potentiel moyen a pour expression :

$$\langle v_n \rangle = \langle v_\infty \rangle \left[1 - \exp \left(n \log \frac{1 + \frac{1}{f\ R\ C_2}}{(1 - \alpha)} \right) \right] \qquad (33)$$

or :

$$n \# f\ t$$

alors l'expression précédente prend la forme suivante :

$$v_n = v \quad [1 - e^{-\lambda t}]$$

avec :

$$\lambda = f \log \frac{1 + \frac{1}{f\ R\ C_2}}{1 - \alpha} \qquad (34)$$

Il vient alors

$$\lambda = \frac{1}{R\ C_2} + \frac{f\ C_1}{C_2}$$

$$= \frac{1 + f\ R\ C_1}{R\ C_2} \text{ pour } f\ RC_2 \gg 1 \text{ et } C_1 \ll C_2$$

J'ai évidemment trouvé une constante de temps égale à celle convenant aux impulsions périodiques.

2-2-5 - Raisonnement par la mémoire expotentielle

Dans le cas des impulsions périodiques, j'ai employé l'équation approchée suivante :

$$v\ (t) = \int_o^t f\ (t')\ \frac{C_1}{C_1 + C_2} \left[E - v\ (t') \right] e^{-(t-t)/RC_2}\, dt'\ \frac{R\ C_1\ C_2}{C_1 + C_2}$$

fdt' désigne ici le nombre d'impulsions qui se sont présentées dans l'intervalle de temps t' et t' + dt'.

Les grandeurs aléatoires fdt' et v (t') sont indépendantes, par conséquent, je puis appliquer cette équation aux valeurs moyennes, avec :

$$\langle f\ (t')\ dt' \rangle = fdt'$$

Par cette équation, je puis tirer les valeurs de $V_\infty = \langle \bar{v} \rangle$ et du temps de montée.

2-2-6 - Ecart quadratique moyen

2-2-6-1 - Raisonnement par récurrence

Je cite, pour mémoire, ce raisonnement que j'ai fait et qui donne les mêmes résultats, dans le cas où je considère la capacité du condensateur C_1 très faible devant celle du condensateur C_2 ($C_1 << C_2$).

$$\delta (W^2_\infty) = \frac{\langle W^2_\infty \rangle - \langle W_\infty \rangle^2}{\langle W_\infty \rangle^2} = \frac{f R C_2}{2 (1 + f R C_2)^2}$$

d'où :

$$\delta (V^2_\infty) = \frac{\langle V^2_\infty \rangle - \langle V_\infty \rangle^2}{\langle V_\infty \rangle^2} = \frac{1}{2 f R C_2}$$

Ces deux formules se réduisent à la seconde lorsque le produit $f R C_2$ tend vers l'infini ($f R C_2 \longrightarrow \infty$).

L'écart quadratique moyen est celui relatif au nombre d'impulsions comptées pendant le temps égal à $2 R C_2$.

2-2-6-2 - Raisonnement par la mémoire exponentielle

Par cette méthode, j'écris que le potentiel au point z pendant l'intervalle de temps t est égal à :

$$v (t) = \int_o^t f (t') [E - v (t')] e^{-(t-t')/RC_2} dt' \left(\frac{R C_1 C_2}{C_1 + C_2}\right)$$

v (t') = tension résultant des charges apportées pendant les intervalles dt' successifs.

L'écart quadratique moyen de v (t) est la somme des écarts quadratiques moyens des diverses contributions.

En raison de la distribution de Poisson, l'écart quadratique moyen sur f (t') dt' est précisément f dt' ; donc

$$(\langle v^2 \rangle - \langle v \rangle^2) = \int_o^t f dt [E - v (t')]^2 e^{-2(t-t')/RC_2} \left(\frac{R C_1 C_2}{C_1 + C_2}\right)^2$$

Le résultat est, bien entendu, le même que celui du calcul précédent ; soit :

$$\frac{\langle v^2 \rangle - \langle v \rangle^2}{\langle v \rangle^2} = \delta [v^2 (t)] = \frac{1}{2 f R C_2}$$

Remarque

Dans un appareil ayant un usage pratique, on s'imposera la condition suivante, la tension d'ondulation doit être négligeable devant l'inévitable fluctuation statistique ; soit :

$$\left(\frac{1}{f R C_2}\right)^2 << \frac{1}{2 f R C_2}$$

soit :

$$f R C_2 >> 2$$

CHAPITRE III

EFFETS SECONDAIRES

Je vais examiner maintenant l'influence des diodes lorsque le circuit reçoit d'une part, des impulsions périodiques et d'autre part, des impulsions aléatoires.

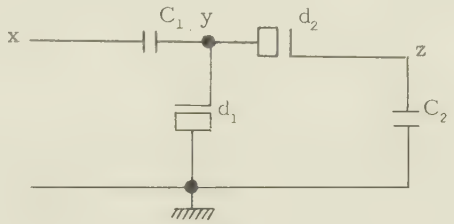

Fig. 6

3-1 - IMPULSIONS PERIODIQUES

3-1-1 - Résistances inverses des diodes

Entre deux impulsions positives, le potentiel du point x se trouve à la masse.

Supposons que le point z soit au potentiel v, il est possible que le potentiel du point y atteigne la valeur $\frac{v}{2}$ si les deux diodes sont parfaitement identiques. Cette valeur sera atteinte avec une constante de temps de $2\ R_i\ C_2$.

J'en conclus que la théorie reste valable si l'intervalle de temps T_2 séparant deux impulsions positives est nettement inférieur à cette dernière :

$$T_2 \ll 2\ R_i\ C_2 \tag{35}$$

Ce phénomène participe à la décharge du condensateur C_2 au même titre que la résistance de charge, donc n'entraîne aucun inconvénient pratique pour autant que la résistance R_i soit grande. On verra, dans les expériences, un exemple de ce cas.

3-1-2 - Résistance directe de d_2

Par ailleurs, comme je l'ai fait remarquer dans le paragraphe concernant l'échelle ; à l'arrivée d'une impulsion d'amplitude maximale E, un certain temps s'écoule avant que la diode de conduction d_2 ne devienne conductrice, ce temps étant de l'ordre de grandeur du temps de montée, τ de l'impulsion ; alors la théorie reste valable si :

$$R_d\ \frac{C_1\ C_2}{C_1 + C_2} \gg \tau \tag{36}$$

ou plus exactement :

$$\tau \ll R_d\ \gamma \ \#\ R_d\ C_1 \qquad C_1 \ll C_2$$

avec :

$$\gamma = \frac{C_1\ C_2}{C_1 + C_2}$$

En définitive, les impulsions d'entrée doivent être des signaux à "fronts raides".

D'une façon générale, le condensateur C_2 se chargera de la quantité d'électricité prévue si l'impulsion positive a une durée suffisamment longue. Cette condition est remplie si :

$$T_1 \gg R_d \; C_1 \tag{37}$$

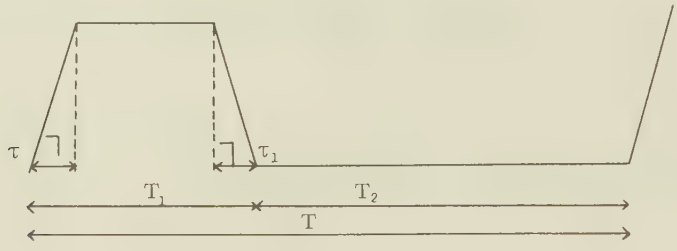

Fig. 7

Enfin, lors de la décroissance du potentiel d'entrée, le condensateur C_1 se déchargera complètement en un temps qui est de l'ordre de grandeur du temps de descente, τ_1, de l'impulsion, du moins si celui-ci est plus long que le temps $R_d \; C_1$; ce qui est facilement réalisable.

3-1-3 - Effet des capacités parasites

La capacité parasite joue un rôle seulement lorsque la diode d_1 ne conduit pas.

Dans le cas de la diode d_2, elle peut entraîner une légère diminution de la charge fournie au condensateur C_2, dans une proportion constante ; ce phénomène n'ayant aucune conséquence pratique .

Pour pallier cet inconvénient, il suffit que la capacité parasite, C_p, soit négligeable devant celle du condensateur C_1.

$$(C_p \ll C_1)$$

En résumé, j'en conclus que la théorie développée reste valable dans le domaine des applications.

3-2 - IMPULSIONS ALEATOIRES

Seule la condition concernant la charge du condensateur C_2 apporte une restriction à la mesure des impulsions aléatoires.

En effet, la durée T_1 de l'impulsion ne peut être réduite arbitrairement et doit rester supérieure à $R_d \; C_1$.

Pratiquement, une autre limitation intervient. Il est difficile de produire, d'une manière simple, des impulsions parfaitement rectangulaires dont la durée soit inférieure à 5.10^{-7}s.

Il en résulte que la mesure de la fréquence des impulsions aléatoires sera entachée d'une erreur semblable à celle d'un "temps mort".

Si f est la fréquence moyenne des impulsions, la fréquence mesurée est telle que :

$$f = \frac{f'}{1 - f' \; t_1} \tag{38}$$

Dans les paragraphes concernant d'une part, l'amélioration de la linéarité et d'autre part, les expériences, je développe, pour le premier cas, une théorie montrant une méthode de compensation de cet effet, et je décris, pour le second cas la méthode avec l'appui des résultats expérimentaux.

CHAPITRE IV

LINÉARITÉ EN FONCTION DE LA FRÉQUENCE

Je sais que la tension moyenne, $\bar{v}$, a une valeur approximative de :

$$\bar{v} \# E. \frac{f R C_1}{f R C_1 + 1}$$

et reste sensiblement une fonction du premier degré de la fréquence de répétition lorsque le produit $f RC_1$ est négligeable devant l'unité ($f R C_1 << 1$).

La charge fournie par une impulsion d'amplitude maximale E décroît lorsque le potentiel du point z augmente. Elle est proportionnelle à (E - v) et c'est la raison du manque de linéarité. Je vais exposer deux procédés pour corriger cet inconvénient.

4-1 - VARIATION DU POTENTIEL DE LA MASSE FICTIVE DE LA RESISTANCE DE CHARGE R PAR CONTRE-REACTION

Un premier procédé pour corriger en partie ce défaut est de diminuer l'augmentation inévitable du potentiel au point z.

Je puis y parvenir en portant l'autre borne de la résistance de charge, R, à un potentiel négatif proportionnel à la tension moyenne, $\bar{v}$.

Il est possible de réaliser cette correction, d'une manière simple, par le montage à contre-réaction suivant :

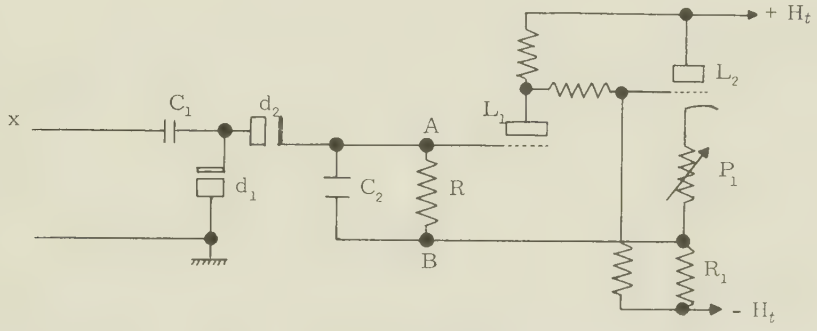

Fig. 8

4-1-1 - Fonctionnement

Considérons le circuit, figure 8, destiné à mesurer la valeur moyenne du potentiel v. Ce potentiel est appliqué à la grille de commande du tube L_1 dont la plaque est reliée à la grille de commande du tube L_2 monté en cathodyne. Une fraction de la tension cathodique de celui-ci se retrouve au point B par conséquent, à l'autre extrémité de la résistance de charge, R.

Comme je le verrai plus tard, j'admets que la résistance du potentiomètre P_1 et la résistance R_1 soient négligeables devant la résistance de charge.

Soit g le gain en valeur absolue de la boucle de contre-réaction, c'est-à-dire pratiquement le gain entre les points A et B, la liaison entre A et le condensateur C_2 étant considérée coupée.

Lorsque, par un procédé quelconque, j'apporte au moyen d'une impulsion d'amplitude E, une charge, q, au condensateur C_2, le potentiel du point B s'élève du fait de la contre-réaction d'une valeur $u = \frac{q}{C_2}$.

Avant l'arrivée de toute l'impulsion, la différence de potentiel $V_B - V_A$ est nulle. A l'arrivée de l'impulsion le potentiel des points A et B devient respectivement égal à :

$$V_B = \frac{g\,u}{1+g} \tag{39}$$

et:

$$V_A = \frac{u}{1+g} \tag{40}$$

d'où la différence de potentiel qui charge le condensateur C_2.

$$V_B - V_A = u$$

Résultat évident, car la boucle de contre-réaction n'a fourni aucune charge à ce dernier.

4-1-2 - Fonctionnement à l'équilibre

Dans les conditions d'équilibre, il y a constance de la charge dans les éléments constituant l'impédance de charge de la pompe à diodes ; soit :

$$C_2 \frac{V}{R} (1+g) = f\,C_1\,C_2\,(E - V)$$

Il vient alors :

$$V \# \frac{E\,f\,R\,C_1}{f\,R\,C_1 + (1+g)} \tag{41}$$

La méthode de mémoire exponentielle donne le même résultat. En écrivant que la charge du condensateur C_2 est le résultat des charges antérieures ; nous obtenons

$$Q = C_2\,v\,(g+1) = \frac{v}{R}(1+g) = f\,C_1\,(E - v)\,e^{-(to-t)/RC_2}\,dt$$

Si la tension v a déjà atteint sa valeur d'équilibre, V, depuis un temps infini, il vient alors :

$$V = \frac{f\,R\,C_1}{f\,R\,C_1 + (1+g)}$$

une méthode mathématique analogue à celle concernant l'étude générale donnerait :

$$v_n = k\,E + K\,v_{(n-1)}$$

avec :

$$k = \frac{k_1\,k_2}{1+g} \tag{42}$$

et :

$$K = k_1\,k_2\left(1 - \frac{\alpha}{1+g}\right) \tag{43}$$

d'où :

$$v_n = k\ E.\ \frac{1 - K^n}{1 - K} \qquad (44)$$

Remarque

De ce qui précède, il devient relativement facile de démontrer que
- la constante de temps équivalente, ϑ_{eq} est :

$$\frac{1}{\vartheta_{eq}} = \frac{1}{R\ C_2} + f \log \left(1 - \frac{\alpha}{1 + g}\right) \qquad (45)$$

ou en négligeant le logarithme

$$\vartheta_{eq} \# R\ C_2$$

- Les erreurs dues aux tensions d'ondulation et aux fluctuations statistiques sont respectivement égales aux valeurs correspondantes, obtenues à partir d'une simple pompe à diodes.

Toutefois, la linéarité se trouve améliorée aux dépens de l'amplitude du signal utile.

4-2 - VARIATION PROGRESSIVE DE L'AMPLITUDE DU SIGNAL D'ENTREE (fig. 9)*

Je sais que, dans le cas de l'utilisation d'une simple pompe à diodes chargée par une résistance R, la charge accumulée par le condensateur C_2 lors de l'arrivée d'une impulsion est :

$$q = \frac{C_1\ C_2}{C_1 + C_2}\ (E - v)$$

La non linéarité provient du fait que la charge q est d'autant plus petite que la valeur v est plus élevée.

Pour que cette charge soit indépendante du rang de l'impulsion il suffit, lorsque le point z se trouve à un potentiel v, d'alimenter l'appareil avec une impulsion d'amplitude :

$$E\ (v) = Eo + v$$

Dans ce cas, il vient :

$$q = \frac{C_1\ C_2}{C_1 + C_2}\ Eo$$

et :

$$\frac{v}{R} = \frac{f\ R\ C_1}{C_1 + C_2}\ Eo \qquad (46)$$

D'une façon plus générale, ceci s'exprime comme suit : Soit E (v) l'amplitude de l'impulsion entrante lorsque le potentiel de z est v :

$$E\ (v) = Eo + pv \qquad (47)$$

La charge apportée sera donc :

$$q = \gamma\ [Eo + v\ (p - 1)]$$

Pour un facteur p nul, on se retrouve dans le cas général, objet du chapitre premier et pour un facteur p égal à l'unité, la charge moyenne est proportionnelle à E.

Enfin, un gain p respectivement inférieur et supérieur à l'unité favorise d'une part, les fréquences basses et d'autre part, les fréquences élevées.

4-2-1 - Principe de fonctionnement

Dans le paragraphe réservé aux expériences, le fonctionnement de ce dispositif, figure 9, est décrit.

---

* voir expérience.

Je donne ici une étude succinte pour établir les formules théoriques.

Le principe de fonctionnement est tel qu'une variation du potentiel du point A en entraîne une autre de même valeur au point x, il vient alors :

$$\frac{\Delta V_A}{\Delta V_x} = p$$

Par un raisonnement analogue aux deux précédents, après l'arrivée de n impulsions, le potentiel V_n devient :

$$V_n = k E + K v_{(n-1)} \tag{48}$$

k à la même expression que celle obtenue dans l'étude générale

$$K = [p + (1 - \alpha)] \exp \left(- \frac{1}{f R C_2} \right) \tag{49}$$

Les potentiels maximal et minimal deviennent respectivement égal à :

$$V_{max} = W\infty = E. \frac{1}{1 - K}$$

et

$$V_{min} = V\infty = E. \frac{k_2 k_1}{1 - K}$$

Par ailleurs, en considérant le produit $p C_1$ négligeable devant la capacité du condensateur C_2 ($pC_1 \ll C_2$) le potentiel moyen a pour valeur approximative :

$$\bar{v} \# E. \frac{f R C_1}{1 + f R C_1 (1 - p)}$$

$$\# E f R C_1 \qquad \text{pour } p = 1 \tag{50}$$

Pour obtenir un facteur p égal à l'unité, il suffit d'ajuster convenablement le taux de contre-réaction comme nous le verrons dans les expériences.

Il est aussi facile, par un raisonnement analogue à ceux précédemment cités, de déterminer le potentiel moyen à l'équilibre, soit

$$V \# E. \frac{f R C_1}{f R C_1 + (1 - p)}$$

$$\# E f R C_1 \qquad \text{pour } p = 1$$

Rappelons pour mémoire que je retrouve les mêmes expressions concernant d'une part, l'ondulation relative et d'autre part, l'écart quadratique moyen, donc :

$$\sigma_1 = \frac{1}{f R C_2}$$

et :

$$\sigma_2 = \frac{1}{\sqrt{2 f R C_2}}$$

4-2-2 - Compensation d'un temps mort

Dans le cas des impulsions aléatoires, l'appareil décrit compte partiellement celles-ci.

Une première cause de ce défaut déjà traité est la largeur de l'impulsion que, pour simplification de calculs, je suppose nulle.

Une deuxième cause pourrait provenir du fait que l'amplitude de l'impulsion effectivement délivrée à la pompe à diodes varie suivant l'intervalle de temps séparant deux impulsions successives.

En effet, admettons qu'une impulsion à l'instant t = o amène le point A au potentiel v. Si l'impulsion suivante se produit pendant un intervalle de temps t + dt, le potentiel au point A varie et a pour expression au moment où arrive la nouvelle impulsion :

$$v\,(t) = v \exp\left(-\frac{t}{R\,C_2}\right) \tag{51}$$

Par conséquent, l'amplitude effective de l'impulsion fournie à la pompe à diode est :

$$E_r = E_o + p\,v \exp\left(-\frac{t}{R\,C_2}\right) \tag{52}$$

En moyenne, l'amplitude de l'impulsion devient alors :

$$E = \int_o^\infty \left[E_o + pv\left(\exp - \frac{t}{R\,C_2}\right) \right] f\,dt \exp\,(-ft)$$

$$= E_o + \frac{p\,f\,v}{f + \frac{1}{RC_2}} \tag{53}$$

Reprenant le raisonnement conduisant à la valeur moyenne approchée à l'équilibre ; soit :

$$V \;\#\; E. \cdot \frac{f\,R\,C_1}{f\,R\,C_1\,(1 - p) + 1}$$

En supposant $C_1 \ll C_2$ et $f\,R\,C_2 \gg 1$.

On voit que, dans ces limites, la même expression continue à s'appliquer.

Une conséquence intéressante apparaît cependant. Supposons que l'ensemble détecteur - électronique de mise en forme qui délivre les impulsions aléatoires à la pompe à diodes possède après chaque impulsion un *temps mort* τ ; pour le compenser, il suffira de choisir une valeur de p supérieure à l'unité et plus précisément :

$$p = 1 + \frac{\tau}{R\,C_1} \tag{54}$$

En favorisant les fréquences élevées, on compense le temps mort dû au détecteur.

Il va de soi que la statistique elle, continue à porter sur le nombre des impulsions effectivement fournies à la pompe à diodes.

4-2-3 - Raisonnement par la mémoire exponentielle

En écrivant que la charge du condensateur C_2 est le résultat des charges antérieures, la tension v (t') qui lui correspond est alors :

$$v\,(t') = \int_{-\infty}^{t} [\,(Eo + (p - 1)\,v\,(t')\,]\;\; f\,e^{-(t-t')/RC_2}\;\; dt' \tag{55}$$

d'où :

$$\frac{dv}{dt} = \frac{1}{R\,C_2}\;\; v\,(t) + f\,\alpha\;\; [\,E. + (p - 1)\,v\,(t)\,] \tag{56}$$

Il vient alors :

$$\frac{dv}{dt} + \left[\frac{1}{R\,C_2} + f\,\alpha\,(1 - p) \right] v = f\,\alpha\,E.$$

Si, en particulier, le gain est égal à l'unité, les équations 55 et 56 auront respectivement pour valeur :

$$v(t) = e^{-t/RC_2} \int_{-\infty}^{t} f dt' \; E_o e^{t'/RC_2} \tag{57}$$

$$v \# f R C_1 E$$

et

$$\frac{dv}{dt} + \frac{v}{R C_2} = f \alpha E_o . \tag{58}$$

d'où :

$$v = f \alpha R C_2 \; E_o \; (1 - e^{-t/RC_2})$$

4-2-4 - Ecart quadratique moyen

De la même façon, un calcul identique donne :

$$\Delta (v^2) = \int_{\infty}^{t} f dt' \; \alpha^2 \; [E_o + (p - 1) v (t')]^2 \; e^{-2(t-t')/RC_2} \tag{59}$$

Si, en paticulier, le facteur p est égal à l'unité, l' équation 59 devient :

$$\Delta (v^2) = \int_{\infty}^{t} f \; dt' \; \alpha^2 \; E_o^2 \; e^{-2(t-t)/RC_2}$$

$$= f \; \alpha^2 \; E_o^2 \; \frac{R C_2}{2}$$

d'où :

$$\frac{\Delta (v^2)}{v^2} = \frac{1}{2 f R C_2} \tag{60}$$

CHAPITRE V

EXPÉRIENCE

Afin de montrer la validité de chaque théorie développée dans les différents paragraphes précédents, j'ai réalisé quatre montages à savoir :

1/ Pompe à diodes.

2/ Pompe à diodes avec la première boucle de contre-réaction.

3/ Pompe à diodes avec la deuxième boucle de contre-réaction.

4/ Montage final.

Puis j'ai comparé les résultats expérimentaux aux résultats théoriques, l'erreur maximale obtenue à l'aide du montage final est de quelques ‰.

5-1 - POMPE A DIODES

Il s'agit maintenant de montrer la validité des formules employées.

Je commencerai d'abord par le potentiel moyen à l'équilibre de la pompe à diodes ; soit l'expression approchée :

$$V = E \frac{f R C_1}{f R C_1 + 1}$$

Les impulsions rectangulaires calibrées étaient fournies par le générateur Ribet-Desjardins type 458 A avec lequel il est possible de faire varier l'amplitude et la largeur de celles-ci.

Par ailleurs, la mesure du potentiel du point z fut effectuée à l'aide d'un voltmètre électronique "lemouzy" type ERI, dont la résistance d'entrée est supérieure à 10^{15} ohms.

Ces deux appareils ont été utilisés pour toutes les autres mesures.

Une constante de temps est calculée à partir des mesures des résistances R, et capacité du condensateur C_1, je trouve :

$$R C_1 = 1,17. \quad 10^{-2} s$$

Cependant des points expérimentaux et de la formule (17), il est possible de tirer une constante de temps effective

$$R C_1 = 1,13. \quad 10^{-2} s$$

En fait, dans le premier calcul, je n'ai pas tenu compte de la résistance d'isolement du condensateur C_2, dont la valeur mesurée est de 38×10^7 ohms.

La résistance de charge réelle est donc :

$$R = \frac{11 \times 380}{391} = 10,7 \times 10^6 \text{ ohms.}$$

conduisant à une constante de temps effective de :

$$R\ C_1 = 1,13 \times 10^{-2}s$$

en parfait accord avec la formule (17).

Les tableaux, 1 et 2, montrent les résultats obtenus à partir de deux pompes à diodes, la première chargée par une résistance équivalente égale à $10,7\ 10^6$ ohms et la seconde, par une résistance équivalente de $1,12.10^6$ ohms.

1ère MESURE

f	valeur trouvée	valeur calculée
5,4	2,45	2,66
10	4,80	4,71
20,2	8,70	8,61
50,8	16,85	16,9
100,3	24,8	24,6
200,2	32,15	32,2
526	39,6	39,6
1 003	42,3	42,5
1 984	44,30	44,5
5 508	45,6	45,6
10 975	46,2	46

$R\ C_1 = 1,13\ 10^{-2}s$ $\quad C_1 = 106.10^{-11}F$)
) $1,13.10^{-2}s$
$E_o = 46,3$ v $\quad R = 1,07.10^7$ ohms)

largeur de l'impulsion : 10 microsecondes.

Tableau 1

L'accord est très satisfaisant (meilleur que le centième) sauf sur les trois premiers points. La mesure dans ce domaine est entachée d'une erreur due au potentiel pris sur le point z en absence de toute impulsion qui intervient alors d'une façon très sensible. Ce potentiel de départ est dû à l'emploi de diodes à cathode chaude et ne se produirait pas avec des diodes solides, ce que j'ai d'ailleurs, vérifié.

2ème MESURE

f	valeur trouvée	valeur calculée
10	0,60	0,60
20,25	1,20	1,19
49,85	2,82	2,83
99	5,24	5,32
199	9,72	9,66
519,7	19,15	19,1
1 016,7	27,1	27
1 999,25	34,4	34,5
5 492,3	42,1	42,2
10 324,6	44,5	44,8

$R\ C_1 = 1,25.10^{-3}s$ $\quad R = 1,12.10^6$ - ohms)
) $1,25.10^{-3}s$
$Eo = 48,3$ v $\quad C_1 = 112.10^{-11}F$)

largeur de l'impulsion calibrée 4 microsecondes.

Tableau 2

A l'examen de ces résultats, il en résulte que la résistance directe de la diode d_2 et les capacités parasites imputables au cablage n'ont pratiquement pas d'influence sur la charge du condensateur.

En ce qui concerne la pompe à diodes chargée par une résistance équivalente de $10,7.10^6$ ohms, j'ai constaté nettement que lorsque la largeur de l'impulsion est trop faible l'erreur due à la charge insuffisante du condensateur C_1 peut être importante.

En effet, l'erreur relative, rapport des signaux de sortie d'une pompe à diodes attaquée d'une part, par une impulsion de 5 microsecondes et d'autre part, par une impulsion de 10 microsecondes peut atteindre 18 %.

5-2 - CONTRE-REACTION PAR VARIATION DU POTENTIEL DE LA MASSE FICTIVE

La pompe à diodes telle qu'elle se présente remplit partiellement le but du dispositif que je me suis proposé d'étudier.

Elle fournit un signal de sortie d'amplitude approximativement proportionnelle à la fréquence de répétition lorsque le produit f R C_1 reste négligeable devant l'unité.

Il apparaît clairement que, pour un produit f R C_1 égale à l'unité, l'erreur de linéarité est déjà de 100 %.

Soit le schéma, figure 8 bis, à l'aide duquel je me propose de mesurer le potentiel moyen à l'équilibre.

Ce signal est appliqué sur la grille de commande d'un tube pentode, EF 91, monté en triode et comportant une résistance cathodique de 1 kilohms sans condensateur de découplage, afin d'obtenir un faible taux de contre-réaction pour la stabilité du gain.

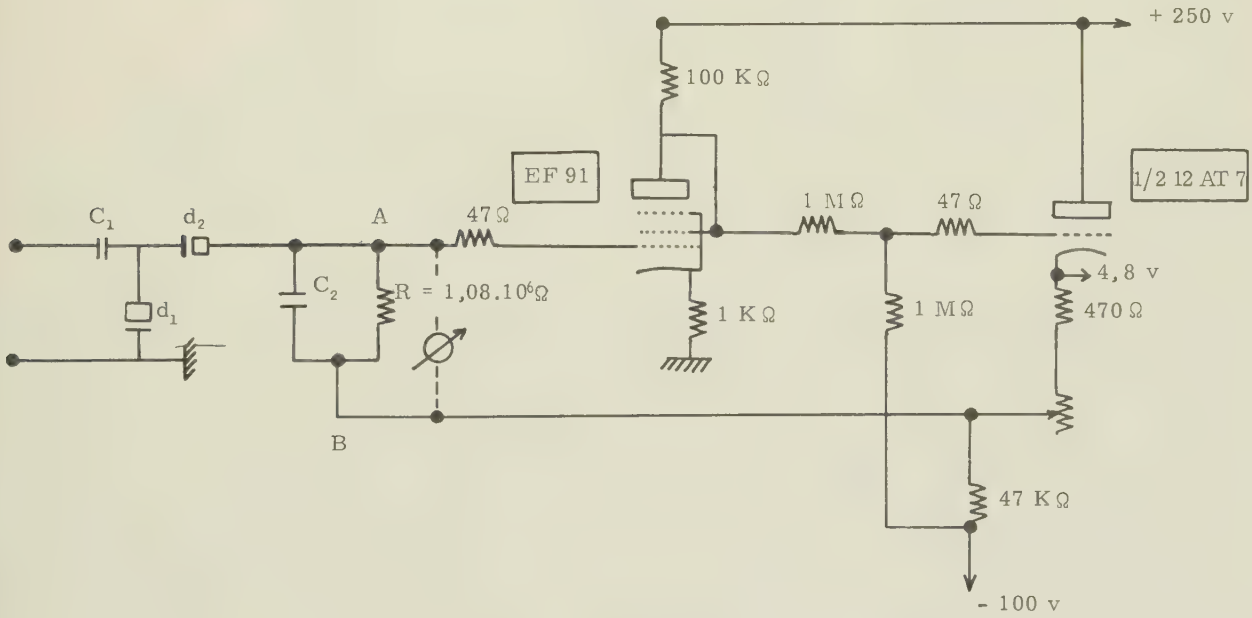

Fig. 8 bis

Le signal anodique du tube L_1 attaque, par l'intermédiaire d'une liaison continue, la grille de commande du tube L_2 monté en cathodyne dont une fraction du signal de sortie se retrouve au point A grâce à la masse fictive (point B).

En l'absence du signal, le potentiomètre P est réglé de façon à ce que la différence de potentiel entre les points A et B soit nulle.

A l'arrivée des impulsions sur la pompe à diodes et de par le branchement des diodes d_1 et d_2, le potentiel négatif de grille du tube L_1 tend à augmenter en valeur absolue entraînant une augmentation du potentiel anodique du même tube et par voie de conséquence, une augmentation de la tension de polarisation de la grille de commande du tube L_2.

Il en résulte une augmentation du courant anodique à travers la résistance cathodique, entraînant une variation du potentiel de la masse fictive se répercutant, bien entendu, sur le potentiel du point A.

D'après la théorie développée plus haut, relative à ce paragraphe, le potentiel moyen à l'équilibre a pour expression :

$$V_B = E_p \frac{f R C_1 G}{f R C_1 + 1 + G}$$

G = étant défini comme le rapport de la variation du potentiel du point B à la variation de celui du point A.

Le tableau 3 donne les mesures conduisant à la valeur de G dans le montage adopté.

V_A	V_B	G	Erreur relative
0,105	2,17	20,6	+ 2 %
0,195	3,97	20,4	+ 1 %
0,385	7,80	20,3	+ 5 ‰
0,76	15,2	20	- 1 %
1,31	26,2	20	- 1 %
1,96	39,9	20,4	+ 1 %
2,26	45,2	20	- 1 %

G = 20,2

Tableau 3

Je me propose de vérifier la formule relative à la différence de potentiel entre ces deux points ; soit :

$$V_B - V_A = U = E \frac{f R C_1 (1 + G)}{f R C_1 + 1 + G}$$

En effet, une faible erreur sur G ne modifie guère la valeur calculée de U.

Tant que le produit $f RC_1$ reste faible devant (G+1) ; alors l'expression approchée de U suit une loi quasi-linéaire.

D'autre part, la variation du potentiel du point B est G U, il a donc fallu employer, à l'entrée du circuit, un signal d'amplitude 10 fois plus faible (4 v).

De la comparaison des résultats expérimentaux et théoriques, il ressort que l'erreur *maximale* obtenue est de l'ordre de 2 %, tableau 4. Dans la seconde mesure, tableau 5, l'erreur moyenne est inférieure au centième.

1ère MESURE

f	U mesurée	U calculée	Erreur relative
352,6	1,54	1,58	2,5 %
1 011,35	4,32	4,36	1 %
1 981,85	8,05	8,15	1,2 %
5 126,5	18,5	18,3	1,1 %
11 035	32,1	31,8	1 %
21 417,8	44,9	45	1 %
26 163,7	49,6	49	1,2 %

Eo = 4v $R C_1 = 1,14.10^{-3}$s G = 20

Tableau 4

2ème MESURE

f	U mesurée	U théorique	Erreur relative
571,5	2,28	2,28	0
1 078,9	4,16	4,18	5 ‰
2 219,8	8,18	8,17	1 ‰
5 020,7	16	16,2	6 ‰
10 506,25	27,5	27,5	0
22 000	41,8	41,4	9 ‰
31 586	47,5	48,1	12 ‰

Eo = 3,60 v $R C_1 = 1,14.10^{-3}$s G = 20

Tableau 5

5-3 - VARIATION PROGRESSIVE DE L'AMPLITUDE DU SIGNAL D'ENTREE

Le montage précédent m'a permis d'étendre de façon appréciable la gamme d'utilisation linéaire.

Mais ce procédé est limité par les valeurs du gain que l'on peut atteindre économiquement.

Passant à la seconde méthode proposée, j'ai réalisé le montage suivant :

Considérons le montage, figure 9, composé d'un montage cathodyne en vue d'éviter de la distorsion, de la pompe à diodes proprement dite, et enfin de l'amplificateur EF 91.

Au repos, la liaison continue par l'intermédiaire du montage cathodyne entre les points A et X n'est pas assurée grâce à la présence du condensateur C_1. Par ailleurs, le tube L_1 est polarisé de telle façon que la lampe débite très peu.

Une impulsion de grande amplitude rend le tube L_1, isolant et par conséquent, porte la cathode au potentiel nul. Alors la première lampe joue le rôle de limiteur d'amplitude. L'amplitude du signal effectivement délivré à la pompe à diodes est réglée par le potentiel de grille.

Ce dispositif présente l'avantage d'admettre un signal d'entrée d'amplitude constante et de forme correcte.

La pompe à diodes fonctionne selon le principe déjà énoncé en provoquant une augmentation en valeur absolue du potentiel du point A, potentiel de polarisation grille de commande du tube L_2.

Il en résulte une augmentation du potentiel anodique de ce dernier et par voie de conséquence, une diminution du potentiel du point X en fonction de l'augmentation de la fréquence entraînant une augmentation progressive de l'amplitude du signal apparaissant aux bornes de la charge cathodique du tube L_1.

Associé à la pompe à diodes, l'ensemble fournit un potentiel moyen à l'équilibre égal à :

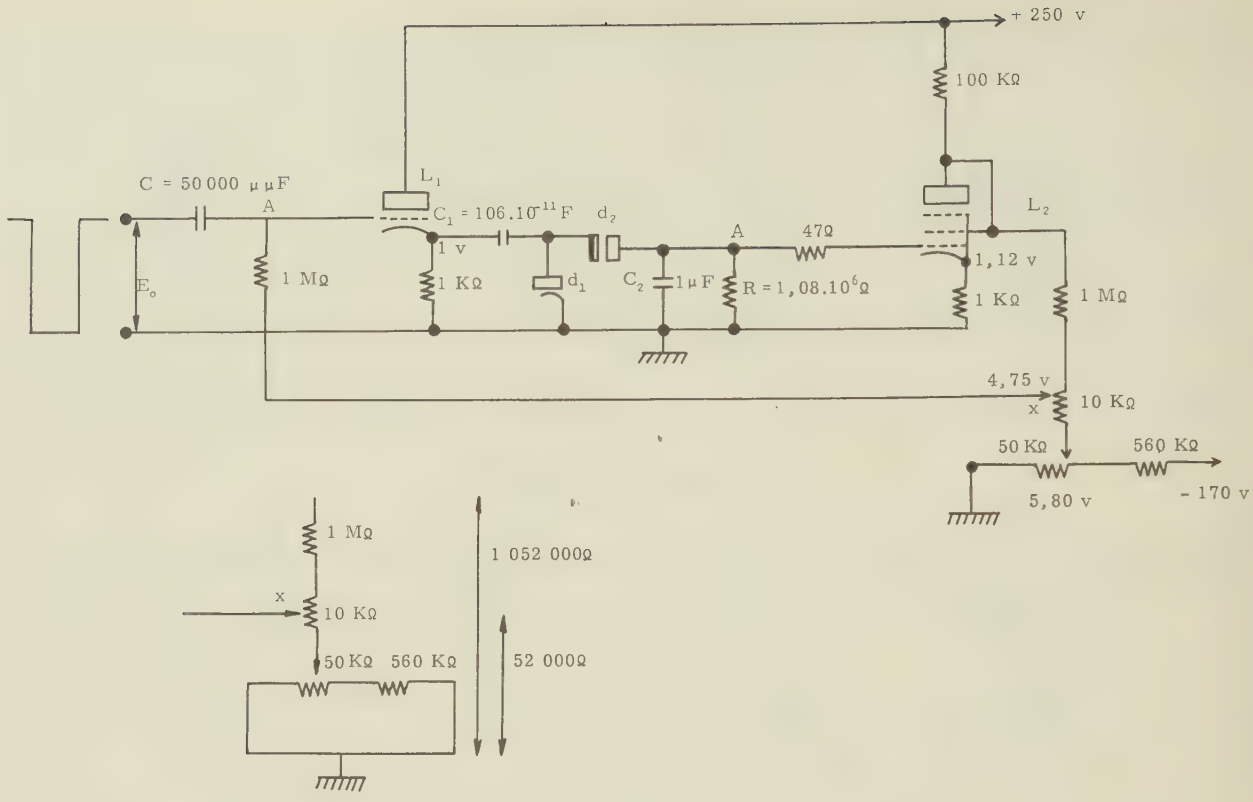

Fig. 9

$$V = E \frac{f R C_1}{f R C_1 (1 - p) + 1}$$

p = rapport de la variation du potentiel du point x à la variation de celui du point A ; E. désignant l'amplitude des impulsions lorsque la fréquence tend vers zéro.

Il est intéressant de constater que dans le cas où le facteur p est égal à l'unité, le potentiel à l'équilibre est donc :

$$V = E_o \; f \; R C_1$$

Or, la constante de temps est de l'ordre de : $1,14.10^{-3}$s. Mais devant pouvoir mesurer une fréquence de l'ordre de 5.10^4 c/s, il apparaît clairement que, pour cette fréquence, le produit $f R C_1$ atteint une valeur assez élevée; soit :

$$1,14 \times 10^{-3} \times 5.10^4 = 50 \times 1,14 = 57$$

D'autre part, afin de pouvoir faire travailler le tube L_2 dans une zone linéaire de la caractéristique, je fus obligé d'appliquer, à l'entrée du circuit, un signal d'amplitude très faible, voire de l'ordre de quelques 1/100 de volt.

En ce qui concerne le réglage du facteur p, il est ajusté de telle façon que le produit Gm soit égal à l'unité. m = taux de contre-réaction.

En effet le taux de contre-réaction mesurée est donc :

$$m = \frac{52.10^3}{1\,052.10^3} = 5\ \%$$

d'où :

$$Gm = 20 \times 0,05 = 1$$

Il apparaît clairement que si le facteur p est égal à l'unité, le potentiel moyen à l'équilibre devient une fonction du premier degré de la fréquence moyenne de répétition f ; E et RC_1 étant des valeurs constantes.

A l'examen des résultats expérimentaux montrés dans le tableau 6 et 7.

Je constate effectivement que le rapport du potentiel moyen à la fréquence correspondante reste constant, prouvant, de ce fait, la validité de la théorie développée et relative à ce paragraphe ; l'erreur *maximale* obtenue étant de l'ordre de 5 ‰.

1ère MESURE

f	U mesurée	P	$\frac{U}{f}$	Erreur relative
538,15	0,02	1	37,2	- 2,7 ‰
1 070,3	0,04	1	37,4	+ 2,7 ‰
2 142,3	0,08	1	37,3	- 0
5 041,2	0,185	1,02	37,3	- 0
10 444,3	0,39	1	37,3	- 0
21 670,8	0,81	0,98	37,4	+ 2,7 ‰
28 054,7	1,04	1	37,1	- 5,5 ‰
40 387	1,51	1	37,4	+ 2,7 ‰

ce qui correspond à $E_o = \frac{37.3 \times 10^{-6}}{1.14 \times 10^{-3}} = 32,7 \times 10^{-3}$ volts
$= 0,032$ volts

Tableau 6

2ème MESURE

f	U mesurée	P	$\frac{U}{f}$	Erreur relative
553,65	0,035	1,1	63,2	- 3 ‰
1 107,3	0,07	1	63,2	- 3 ‰
2 175,1	0,14	1	64,4	+ 1,5 %
5 786,4	0,37	1	63,9	+ 7 ‰
11 371	0,72	1	63,3	- 1,6 ‰
22 284,15	1,40	1	62,8	+ 6 ‰
29 000	1,84	0,99	63,4	0

Tableau 7

En résumé, la formule est vérifiée avec une précision meilleure que 1 %.

5-4 - MONTAGE FINAL

Je viens de décrire deux méthodes possibles d'amélioration de la linéarité.

Le montage final comporte ces deux dispositifs et fournit un signal de sortie d'amplitude égal à :

$$V_B - V_A = U = E_o \frac{f R C_1 (1 + G)}{f R C_1 (1 - p) + 1 + G}$$

Il est évident, comme je l'avais déjà laissé supposer, que si le facteur p est égal à l'unité, l'expression approchée du potentiel moyen à l'équilibre est donc :

$$U = f R C_1 E$$

Soit le dispositif figure 10, le principe de fonctionnement est partiellement décrit à travers ceux des deux précédents.

Au repos, le potentiel de polarisation du tube L_1 est tel qu'il débite un faible courant, et grâce au condensateur C_1, aucune liaison continue n'est possible entre le premier tube et les autres tubes, sauf le point x.

Une impulsion de grande amplitude rend le tube L_1 isolant et par conséquent, porte la cathode au potentiel nul. La première lampe joue le rôle de limiteur d'amplitude et fournit un signal de sortie d'amplitude fonction de celle de la tension de polarisation grille.

Ce signal attaque la pompe à diodes selon le principe déjà énoncé, provoquant une augmentation en valeur absolue du potentiel du point A et par voie de conséquence, de celui de la polarisation de la grille de commande du tube L_2.

Il en résulte une augmentation du potentiel anodique de ce dernier entraînant simultanément une diminution et une augmentation en valeur absolue du potentiel respectif des points x et B.

Par conséquent, le potentiel de polarisation du point x augmente en valeur algébrique, entraîne une augmentation du courant à travers la résistance cathodique du montage cathodyne et par voie de conséquence, une augmentation de l'amplitude du signal attaquant la pompe à diodes.

Parallèlement, le potentiel de polarisation du tube L_2, devenant plus positif provoque une augmentation de courant anodique, et par voie de conséquence, une augmentation de tension de polarisation de la grille de commande du tube L_3.

Ainsi, à l'arrivée de chaque impulsion négative, le même phénomène recommence.

L'avantage du système linéaire est de permettre l'emploi à l'entrée d'impulsion rectangulaire dont l'amplitude doit dépasser une valeur fixe. D'autre part les impulsions recueillies sur la cathode conservent une forme très voisine d'un rectangle.

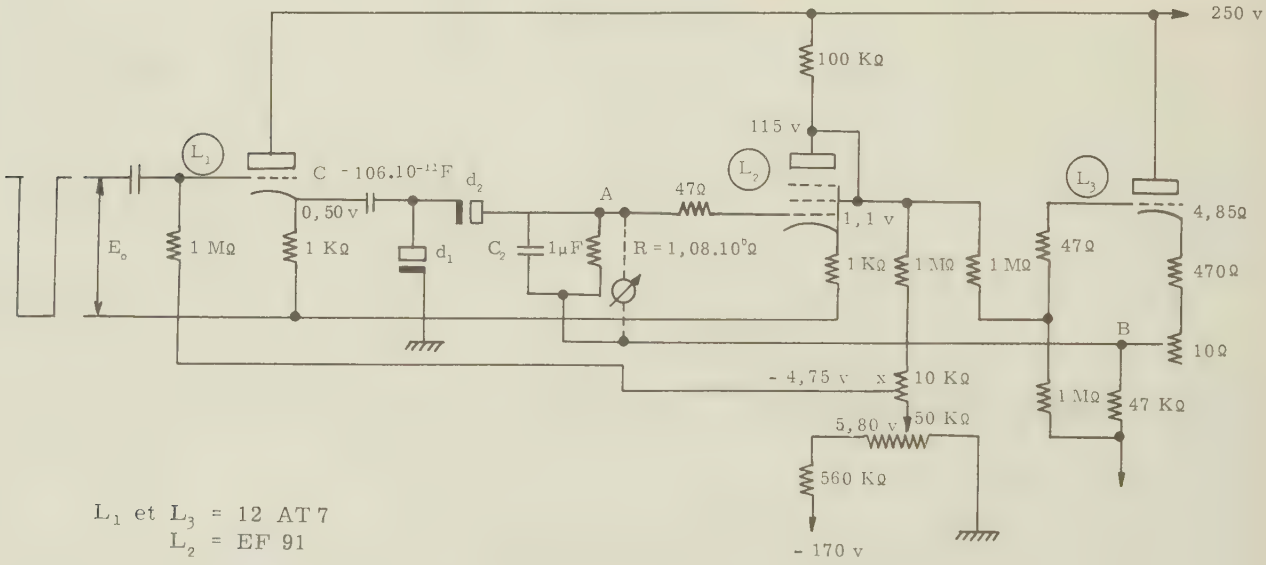

Fig. 10

Les diverses mesures (U.G, p) ont été effectuées comme je l'ai expliqué précédemment.

1ère MESURE

f mesurée	U en volts	$\frac{U}{f}$	G	P
5387	2,435	452	11,84	1,05
10850	4,92	453	12	1
21591	9,79	453	12,2	1
31395	14,21	452	11,91	1
41586	19,16	455	12	1,01
50661	22,98	453	11,8	1,01

$$E_o = \frac{u}{f\ RC_1} = \frac{453}{1,14\quad 10^{-3}} = 0,397$$

Gain avec contre réaction = 12
Signal d'entrée Eo = 0,397
Constante de temps = $1,14\ 10^{-3}$s
Largeur de l'impulsion
Calibrée = 5,5 μs
Rapport $\frac{u}{f}$ = 453

Tableau 8

Pour être plus complet, je montre deux autres tableaux 9 et 10 concernant deux autres séries de mesure pour lesquelles je choisis volontairement un gain, p, respectivement très peu inférieur à l'unité (p = 0,97) et très inférieur à l'unité p = 0,84.

Afin de mettre en évidence l'efficacité de ce facteur, je décide de calculer la valeur du signal d'entrée à partir du potentiel moyen exprimé comme précédemment ; soit :

$$U = E_o \frac{f\ RC_1 \quad (1 + G)}{f\ RC_1\ (1 - p) + 1 + G}$$

J'en déduis :

$$E_o = U \frac{f\ RC_1\ (1 - p) + 1 + G}{f\ RC_1\ (1 + G)}$$

$$= \frac{U}{f\ RC_1} + U \frac{1 - p}{1 + G}$$

2ème MESURE

f	U	G	P	$\frac{U}{f\,RC_1}$	$U.\frac{1-p}{1+G}$	Eo
1003	0,268	12,2	1	0,235		= 0,235
2047	0,55	12,2	1	0,236		= 0,236
5419	1,43	12,3	0,97	0,231	= 0,003	= 0,234
11008	2,87	12,25	0,97	0,229	= 0,006	= 0,235
21988	5,58	12,3	0,98	0,220	= 0,013	= 0,233
31378	7,8	12,2	0,97	0,218	= 0,017	= 0,235
40528	9,87	12,4	0,98	0,214	= 0,022	= 0,236
50257	11,96	12,2	0,97	0,209	= 0,026	= 0,235

gain avec contre réaction = 12,2
constante de temps = $1,14.10^{-3}$s

Largeur de l'impulsion calibrée = 4 microsecondes

rapport de $\frac{U}{f}$ = 268

signal d'entrée = 0,235 v

Tableau 9

3ème MESURE

f	U	G	P	$\frac{U}{f\ RC_1}$	$U\ \frac{1-p}{1+G}$	$E_o = \frac{U}{fRC_1} + U\ \frac{1-p}{1+G}$
599	0,47	12,2	0,842	0,688	0,006	0,694
1117	0,86	12,2	0,843	0,677	0,0105	0,692
2179	1,65	12,4	0,842	0,665	0,0198	0,694
5733	4,2	12,2	0,84	0,642	0,0504	0,692
11238	7,64	12,4	0,838	0,596	0,0968	0,692
22186	13,32	12,2	0,838	0,533	0,160	0,693
31824	17,46	12,18	0,84	0,481	0,209	0,690
40768	20,5	12,2	0,837	0,444	0,247	0,691
49681	23,55	12,2	0,842	0,412	0,281	0,693

gain avec contre-réaction = 12,2

constante de temps = $1,14.10^{-3}$ s

largeur de l'impulsion calibrée = 4 microsecondes

rapport de $\frac{U}{f}$ = 786

signal d'entrée = 0,692 v

Tableau 10

Dans la :

1ère colonne, la fréquence

2ème colonne, la valeur expérimentale de U

3ème colonne, la valeur expérimentale du gain G de la première boucle de contre-réaction.

4ème colonne, la valeur expérimentale du gain p, de la deuxième boucle de contre-réaction.

5ème colonne, $\frac{U}{f\ RC_1}$ qui serait constant si la réponse était parfaitement linéaire.

6ème colonne, le facteur correctif tenant compte du fait que le gain p est différent de l'unité.

7ème colonne, la valeur de E_o, somme des deux précédents et calculée en chaque point de mesure.

La constance de E_o prouve la validité de la formule avec une erreur inférieure à 1 %.

De plus, il apparaît clairement que l'emploi d'un tel dispositif présente trois caractéristiques essentielles :

1/ Possibilité d'utiliser un signal d'entrée de très faible amplitude quelque 1/100 v.

2/ Obtention d'un signal de sortie d'amplitude proportionnelle à la fréquence répétition, ou plus rigoureusement à la fréquence moyenne N les impulsions d'entrée.

A ce propos, j'ai négligé volontairement le temps de résolution dans la détermination expérimentale, car en fait, j'introduis une erreur très faible.

3/ Gamme d'utilisation très étendue.

La pratique expérimentale montre que les mesures sont beaucoup plus aisées avec ce montage complet en raison de la stabilité que lui apportent les diverses boucles de contre-réaction.

Il est aussi intéressant de remarquer qu'une faible erreur sur le facteur p entraîne une erreur substantielle sur la valeur finale particulièrement pour les signaux de fréquences élevées.

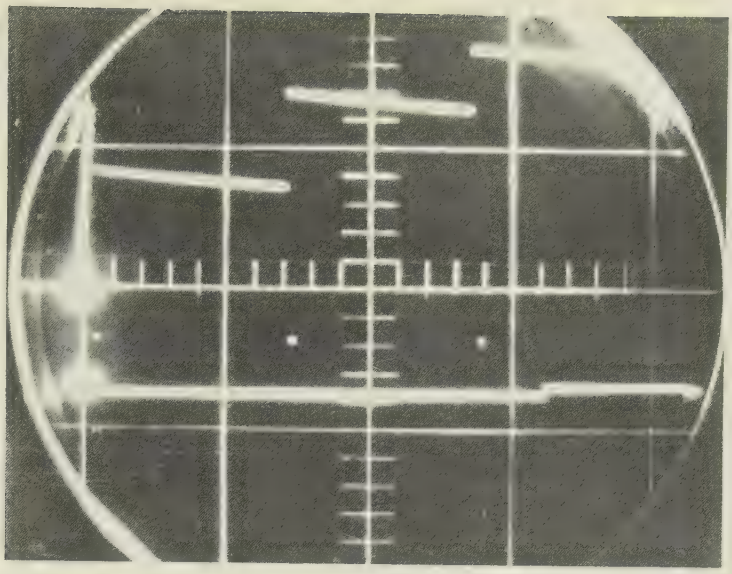

Fig. 11

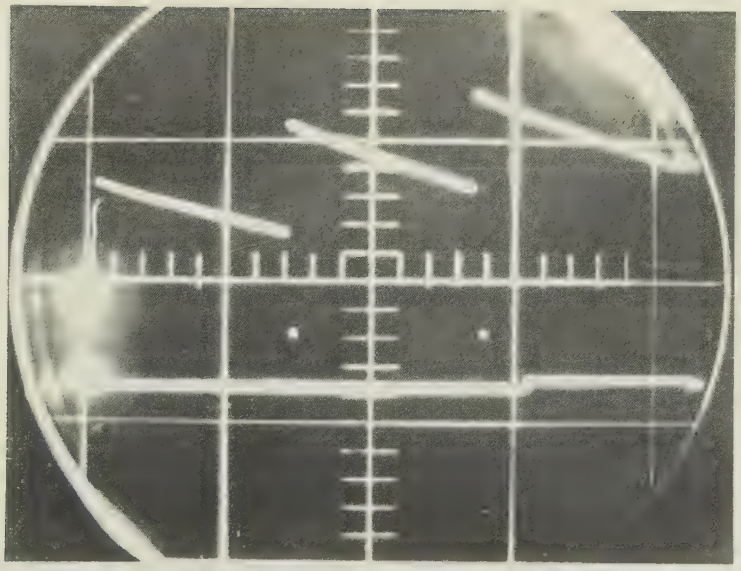

Fig. 11 bis

Ondulation

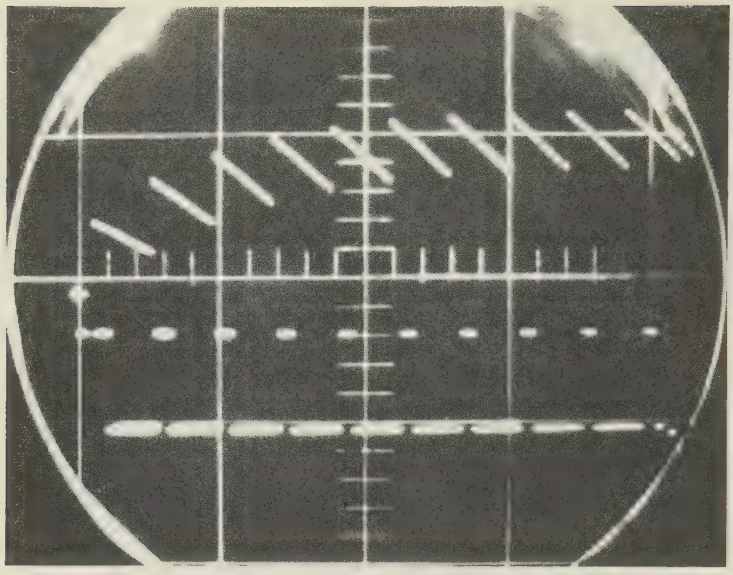

Fig. 11ter

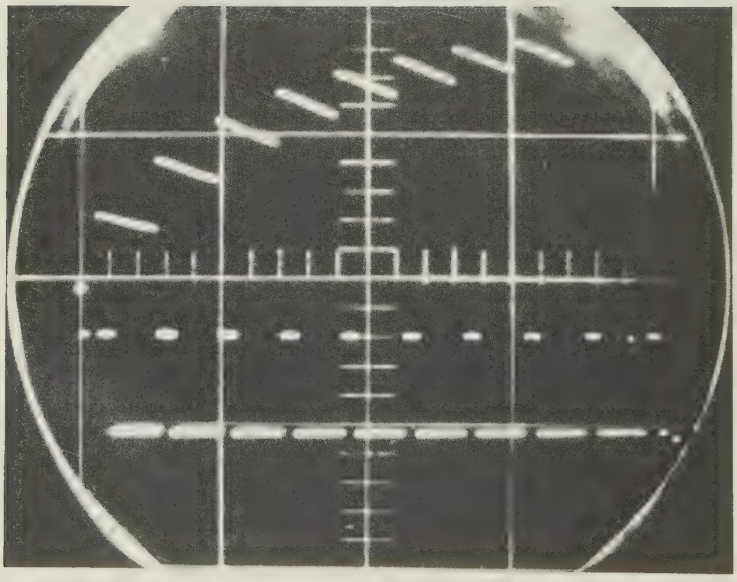

Fig. 11 quater

Par exemple, dans ma réalisation, une erreur de 16 % entraîne une erreur de 40 % sur le potentiel final d'un signal à 50 000 c/s.

5-5 - TENSION D'ONDULATION (figures 11 - 11 bis - 11 ter).

Comme je l'ai défini plus haut, le signal d'ondulation relative est le rapport de la différence entre les potentiels maximal et minimal au potentiel moyen.

$$\sigma_1 = \frac{1}{f\ R\ C_2}$$

A l'examen des enregistrements effectués, il est facile de constater que son amplitude augmente de façon appréciable en fonction de la diminution de la résistance de charge.

5-6 - IMPULSIONS ALEATOIRES

Afin de compléter l'expérience, j'ai utilisé trois sources d'impulsions aléatoires et un enregistreur Meci pour l'enregistrement afin de pouvoir apprécier l'écart quadratique moyen :

Polonium	5,6 c/s
Plutonium	10.000 c/s
Radium	456 c/s

Au cours de différents paragraphes développés dans le texte, j'ai bien fait remarquer, à l'appui des calculs, que la résistance de charge réelle n'était point affectée par les dispositifs conduisant à une meilleure linéarité.

Par conséquent, la constante de temps de charge réelle de l'ensemble complet reste sensiblement égale à celle d'une simple pompe à diodes.

Alors, l'écart quadratique moyen en valeur relative a pour valeur :

$$\sigma_2 = \frac{1}{\sqrt{2\ f\ RC_2}}$$

C'est l'écart quadratique qui apparaît lorsque l'on compte des impulsions aléatoires de fréquence moyenne f pendant un temps $2\ RC_2$.

Je me suis contenté de vérifier cette formule pour la source de Polonium, soit de 5,6 c/s .

Soit l'enregistrement suivant d'un ensemble dont les éléments constituant la charge ont respectivement pour valeur :

$$R \text{ mesurée} = 11,2.10^6 \text{ ohms}$$

$$C_2 \text{ mesurée} = 505.10^{-9} \text{ F}$$

donc :

$$\frac{1}{2\ f\ RC_2} = \frac{1}{64}$$

d'où :

$$\sigma_2 = \frac{1}{8} \quad \text{(fig. 12)}$$

Par ailleurs, pour montrer l'efficacité de la résistance charge j'ai fait deux autres enregistrements en faisant varier la résistance de charge, les valeurs des composants de la charge étaient les suivantes :

1er enregistrement : (fig. 13)

$$R \text{ mesurée} = 4,2.10^6 \text{ ohms}$$

$$C \text{ mesurée} = 1,06.10^{-6} \text{ F}$$

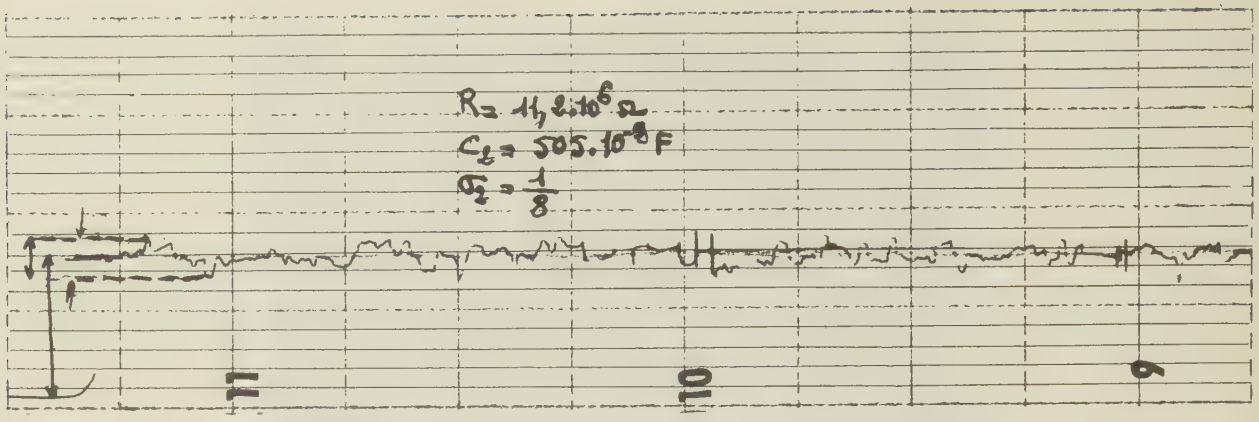

Fig. 12

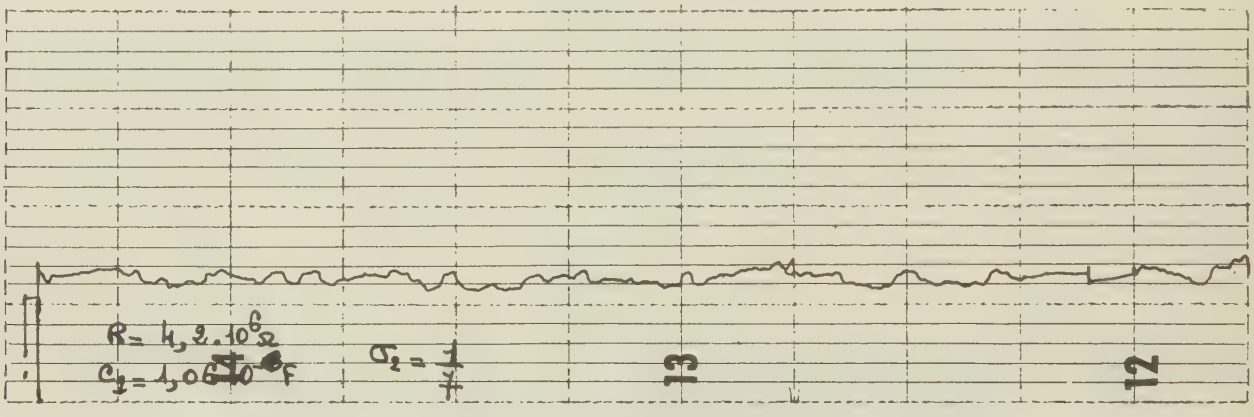

Fig. 13

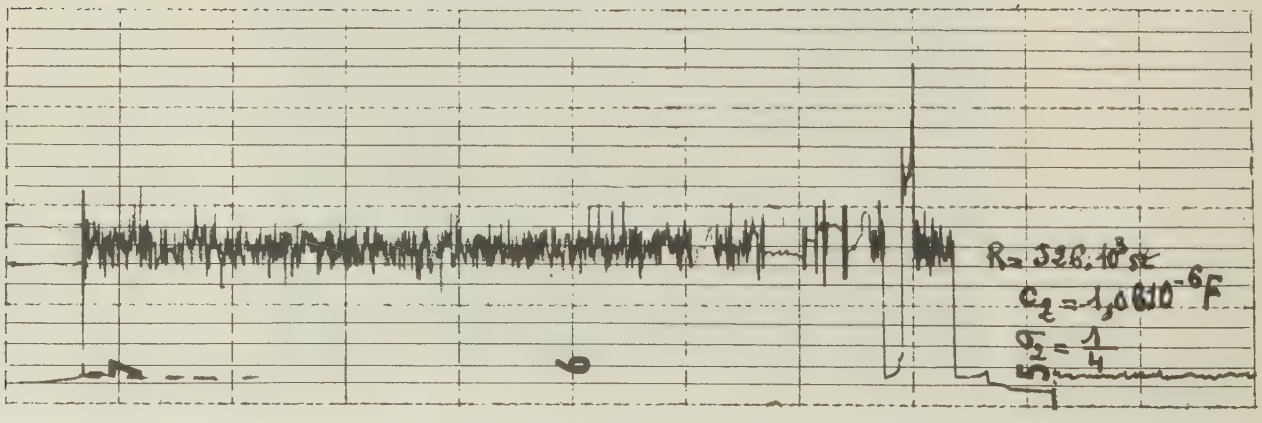

Fig. 14

Ecart quadratique moyen en fonction de la résistance de charge.

d'où :

$$\sigma_2^2 = \frac{1}{2\ f\ RC_2} = \frac{1}{49,5}$$

2ème enregistrement : (fig. 14)

$$R \text{ mesurée} = 526.10^3 \text{ ohms}$$

$$C_2 = 1,06.10^{-6} \text{ F}$$

Il vient alors :

$$\sigma_2^2 = \frac{1}{2\ f\ RC_2} = \frac{1}{6,25}$$

Comme il est facile de le constater, les résultats expérimentaux coïncident à 1 % aux résultats théoriques.

5 7 - ETABLISSEMENT D'UN PROJET

Je vais montrer comment-on peut établir le projet d'un tel appareil de réponse linéaire fondé sur l'étude précédente.

Le montage utilisé est celui décrit dans la dernière expérience.

Un réglage permettra de donner au gain, p, la valeur de l'unité ou même supérieure (compensation du temps mort) ; cela ne présente aucune difficulté particulière.

Alors, le potentiel du point A subit une variation de :

$$U = E\ f\ R\ C_1$$

Mais, les impulsions initiales ont pour amplitude de :

$$v = U + E_o = E_o\ (1 + f\ R\ C_1)$$

Le potentiel du point B varie d'une valeur égale à :

$$w = GU = GE\ f\ RC_1$$

Enfin, comme il s'agit d'impulsions aléatoires, l'écart quadratique moyen sera :

$$\sigma_2 = \frac{1}{\sqrt{2\ f\ R\ C_2}}$$

Il est évident que j'ai intérêt à choisir d'une part, la constante de temps, RC_1, minimale et d'autre part, la constante de charge, RC_2, maximale, en remarquant, toutefois que cette seconde condition entraîne un temps de mise en équilibre élevé (de l'ordre de 3 ou 4 RC_2).

Il n'en reste pas moins qu'il est bon que le rapport $\frac{C_2}{C_1}$ soit grand. Il convient alors de donner au condensateur C_1, la plus faible capacité possible sans tomber, cependant, dans les valeurs des capacités parasites, une valeur de 500 picofarads paraît raisonnable.

Par ailleurs, la résistance de charge, R, devant être petite, la capacité du condensateur C_2 reste grande, mais ce dernier doit être de bonne qualité pour les impulsions ; donc on choisira, parmi les condensateurs courants au papier, celui de capacité la plus élevée, par exemple un de 0,5 μ F.

Pour réaliser une constante de temps, RC_2, d'une seconde, on emploiera une résistance.

$$R = 2.10^6\ \Omega$$

d'où :

$$RC_1 = 2.10^6 \times 5.10^{-10} = 10^{-3} \text{ seconde.}$$

Ensuite, il faut connaître la largeur minimale admissible des impulsions d'entrée. Pour cela, on suppose que la résistance directe des diodes thermoïniques, par exemple 6 AL5, soit de l'ordre

de 100 Ω , valeur très optimiste ; alors la largeur minimale admissible des impulsions d'entrée doit être supérieure à :

$$T_1 \gg 10^2 \times 5.10^{-10} = 5.10^{-8} \text{ seconde.}$$

Il paraît tout à fait possible, à l'aide d'un dispositif bien étudié, de mesurer les fréquences de l'ordre du million.

Enfin, il s'agit de fixer la valeur du gain, G_1. J'ai eu l'occasion de signaler plus haut qu'avec une constante de temps RC_1, de l'ordre de 10^{-3} seconde, il est intéressant d'avoir des impulsions initiales de faible amplitude (de l'ordre de 1/100 de volt).

Si, par exemple, l'on souhaite mesurer les fréquences de l'ordre de 10^5 c/s ; il vient alors :

$$U = 10^5 \times 10^{-3} \times 10^{-2} = 1 \text{ v}$$

d'où : $$G\,U \leqslant 10$$

donc : $$G \# 10$$

Remarque

Des formules concernant l'ondulation relative et l'écart quadratique moyen, il est facile de se rendre compte que l'on n'a jamais pratiquement à tenir compte de l'ondulation.

En effet, pour pouvoir apprécier les fluctuations statistiques, l'amplitude du signal imputable à ces dernières doit être supérieure à celle de l'ondulation ; soit :

$$\frac{1}{\sqrt{2\,f\,RC_2}} > \frac{1}{f\,RC_2}$$

d'où :

$$f\,RC_2 > 2$$

Alors, chaque fois que cette condition est remplie, il devient possible de déceler la présence des fluctuations statistiques.

Conclusion

C'est un appareil très simple, facilement adaptable à la mesure, présentant une gamme d'utilisation très étendue.

En ce qui concerne les réglages, ils ne présentent aucune difficulté et se prêtent aisément à la mise au point.

5-6 - INTEGRATEUR APPLIQUE A LA MESURE EN SPECTROMETRIE

Il est bon de signaler l'influence de la constante d'intégration, RC_2, sur la mesure d'un spectrogramme à l'aide d'un dispositif enregistrement.
Figure 15

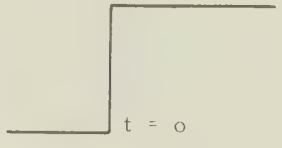

Fig. 15

Supposons qu'à partir de l'instant t étal à zéro (t=o), l'intégrateur reçoit un train d'impulsions (fréquence f), le signal de sortie en fonction du temps aura pour expression :

$$u(t) = E. \frac{f\,\vartheta_i}{f\,\vartheta_i + 1} (1 - e^{-\mu t}). \qquad (61)$$

En admettant que la fréquence de répétition varie en fonction du temps, l'expression du signal s'écrit :

$$v(t) = \int_{\theta=\infty}^{\theta=t} \frac{df}{d\vartheta}(\vartheta)\, u\,(t-\vartheta)\, d\vartheta \qquad (62)$$

$$= e^{-\mu t} \int_{-\infty}^{t} f(\vartheta)\, e^{\mu\theta}\, d\vartheta \qquad (63)$$

d'où :

$$\frac{dv}{dt} + v = \mu f. \quad \text{avec} \quad \left(\mu = \frac{1}{RC_2}\right) \qquad (64)$$

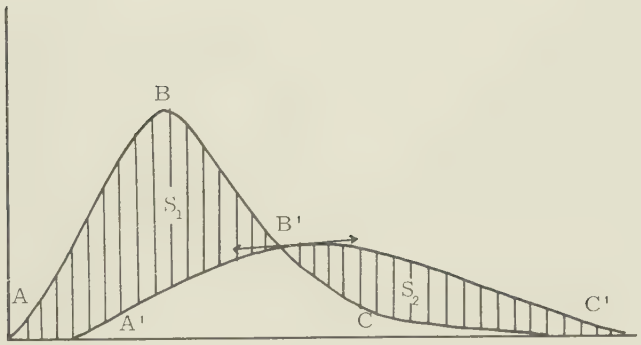

Fig. 16

Si dans mon appareil, l'enregistreur analyse une raie ayant la forme A, B, C, il la traduira par une courbe A', B', C'. Entre ces deux courbes existent deux relations simples :

1/ Leurs surfaces sont égales.

2/ Le maximum de la courbe déformée se produit sur la courbe idéale A, B, C. (Faire l'équation 64, $\frac{dv}{dt} = 0$).

Pratiquement, cette déformation a les conséquences suivantes :

1/ - RC_2 doit être suffisamment grande pour que les fluctuations soient petites au voisinage du maximum.

2/ - La vitesse de déroulement doit être telle qu'une raie typique soit explorée en un temps long devant RC_2.

CHAPITRE VI

RÉPONSE LOGARITHMIQUE

Dès le début du texte, j'ai eu l'occasion de préciser que la caractéristique logarithmique s'obtient par une association en parallèle de plusieurs pompes à diodes.

L'étude mathématique suivante a pour but de dégrossir le problème ; quant à la réalisation pratique, je la déduirai d'un raisonnement qualitatif complété par un calcul numérique.

Considérons d'abord un appareil comportant une seule pompe à diodes, nous savons que l'intensité moyenne débitée est donnée par :

$$i = \frac{f\,\vartheta_1}{f\,\vartheta_1 + 1}\,\frac{E}{R}$$

avec $\vartheta_1 = RC_1$

Alors un appareil comportant plusieurs pompes à diodes, montées en parallèle n, par exemple, fournit une intensité résultante égale à :

$$i_r = \frac{E}{R}\sum_{i=1}^{i=n}\frac{f\,\vartheta_i}{f\,\vartheta_i + 1} \qquad (65)$$

avec :

ϑ_1 = constante de temps de la pompe à diodes travaillant à la fréquence la plus basse.

ϑ_n = constante de temps de la pompe à diodes travaillant à la fréquence la plus élevée et toutes les diodes ayant chacune une résistance de charge égale, R.

Pour pouvoir calculer cette somme dans un cas particulier, je vais employer une série infinie de constantes de temps se rapportant à une infinité de pompes à diodes correspondantes, et définies par la relation :

$$\vartheta_1(x) = \vartheta_o\, e^{\gamma x} \qquad (66)$$

Par ailleurs, je limite cette série à une valeur supérieure ϑ_n, la somme est alors remplacée par l'intégrale définie.

$$i = \frac{E}{R}\int_{x=o}^{x=x\,max}\frac{f\vartheta(x)}{f\,\vartheta_1(x) + 1}\,dx$$

$$= \frac{E}{R}\,\frac{f\vartheta_o e^{\gamma x}}{f\,\vartheta_o\, e^{\gamma x} + 1}\,dx = \frac{E}{R\gamma}\,\frac{d\,(f\vartheta_o e^{\gamma x} + 1)}{f\,\vartheta_o\, e^{\gamma x} + 1}$$

$$= \frac{E}{R\gamma}\log\frac{(f\vartheta_o\, e^{\gamma x_{max}} + 1)}{(f\vartheta_o e^{\gamma x} + 1)}$$

$$= \frac{E}{R\gamma}\log\left(\frac{f\,\vartheta_n + 1}{f\,\vartheta_o + 1}\right) \qquad (67)$$

Si je conviens que d'une part, le produit $f\vartheta_o$ est négligeable devant l'unité et que d'autre part le produit $f\vartheta_{n\,max}$ est très supérieure à l'unité, l'équation (67) a alors pour expression approchée :

$$i_r = \frac{E}{R\gamma} \log f\vartheta_n \qquad (68)$$

Dans ce cas, l'intensité débitée évolue suivant le logarithme de la fréquence.

Lorsque $\frac{1}{\vartheta_o} \ll f \ll \frac{1}{\vartheta_n}$

Malheureusement, ce montage est irréalisable. Il est, par contre, possible d'en approcher en prenant quelques constantes de temps en progression géométrique de raison 10.

Pour une fréquence donnée, les pompes à diodes ayant chacune une constante de temps très supérieure à l'inverse de cette fréquence donneront l'intensité de saturation.

En revanche, les pompes à diodes ayant chacune une constante de temps très inférieure à la période des impulsions débiteront une intensité négligeable.

Si, par ailleurs, la fréquence est multipliée par 10, une pompe à diodes passe de la région où le signal à une faible amplitude à la région où il a l'amplitude maximale. On conçoit ainsi que la réponse puisse s'approcher de la fonction logarithmique.

D'une manière plus précise, la courbe, figure 17, montrent l'addition des courants fournis par trois pompes à diodes ayant une résistance de charge R = 1M Ω et des capacités.

$$C_o = 10^{-10}\,fd \qquad C_1 = 10^{-9}\,fd \qquad C_2 = 10^{-8}\,fd$$

$$RC_o = 10^{-4}\,sec \qquad RC_1 = 10^{-3}\,sec \qquad RC_2 = 10^{-2}\,sec$$

La réponse est logarithmique avec une bonne approximation lorsque la fréquence est comprise entre 200 et 500 c/sec.

$$200 < f < 5000 \quad c/sec$$

Au point de vue expérimental, les trois résistances de charge R débitent leur courant dans une résistance ρ dont la valeur minimale est celle de la résistance d'un microampèremètre.

Au sujet de cette résistance ρ, il est essentiel de remarquer qu'elle introduit une contre-réaction qui, naturellement, tend à linéariser les diodes donc à éloigner la caractéristique totale de la forme logarithmique.

Cette contre-réaction aura une influence négligeable si ρ est petit devant R.

Démontrons-le dans le cas où toutes les diodes sont saturées. L'addition pure et simple des courants donnerait :

$$i_{max.} = \frac{3\,E}{R}$$

En tenant compte de la résistance, ρ, j'écris

$$I_{max} = \frac{E}{\frac{R}{3} + \rho} = \frac{3\,E}{R + 3\rho} = \frac{3\,E}{R} \cdot \frac{1}{1 + \frac{3}{R}\rho}$$

Ce calcul dans un cas extrême conduit à la conclusion pratique :

$$\rho \ll \frac{R}{3}$$

soit le montage expérimental, figure 18, fonctionnant sur le même principe de fonctionnement de base.

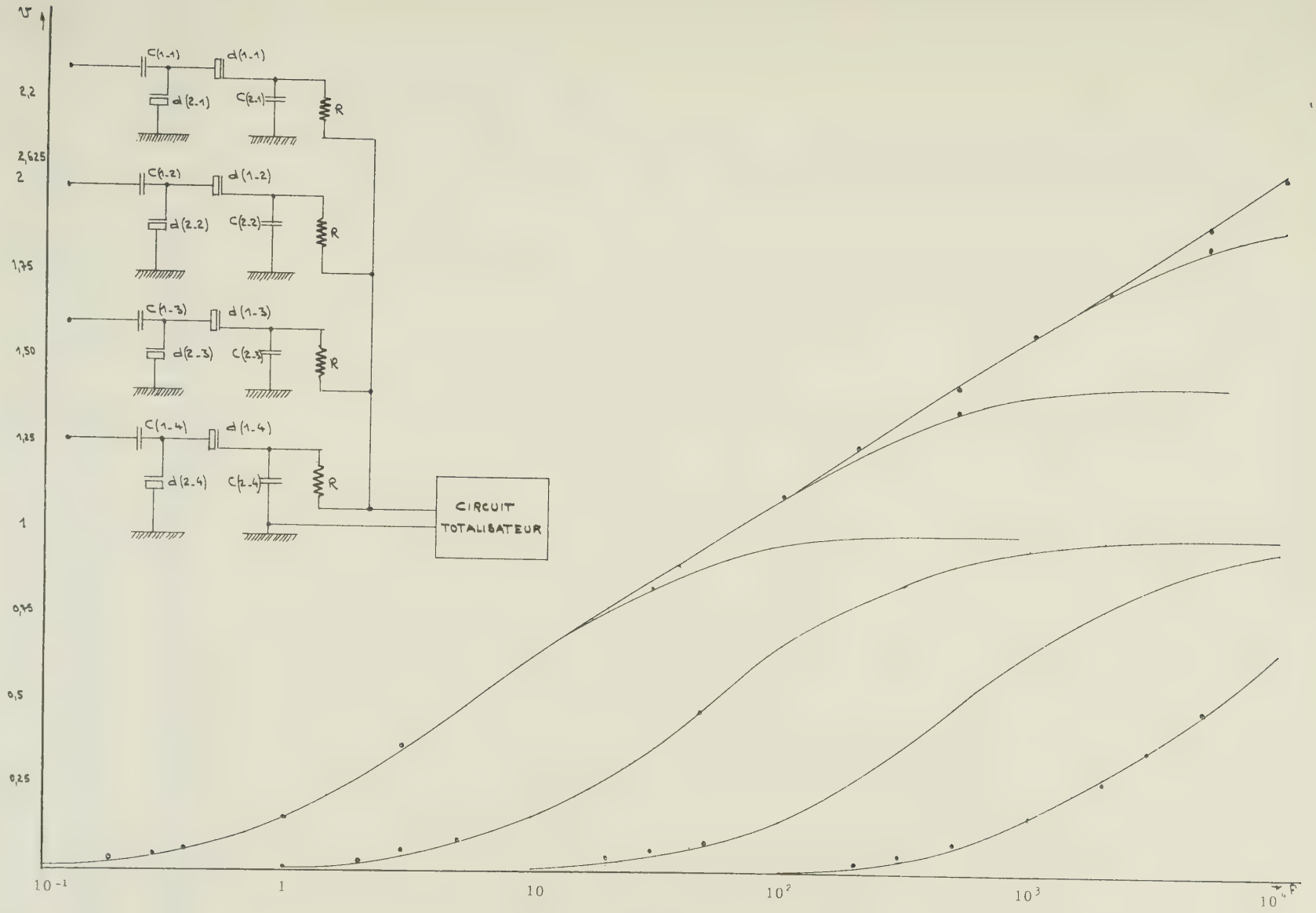
C(1-1)
d(1-1)
d(2-1)
C(2-1)
R
C(1-2)
d(1-2)
d(2-2)
C(2-2)
R
C(1-3)
d(1-3)
d(2-3)
C(2-3)
R
C(1-4)
d(1-4)
d(2-4)
C(2-4)
R
CIRCUIT TOTALISATEUR
2,2
2,625
2
1,75
1,50
1,25
1
0,75
0,5
0,25
10 -1
1
10
10²
10³
10⁴

Fig. 17

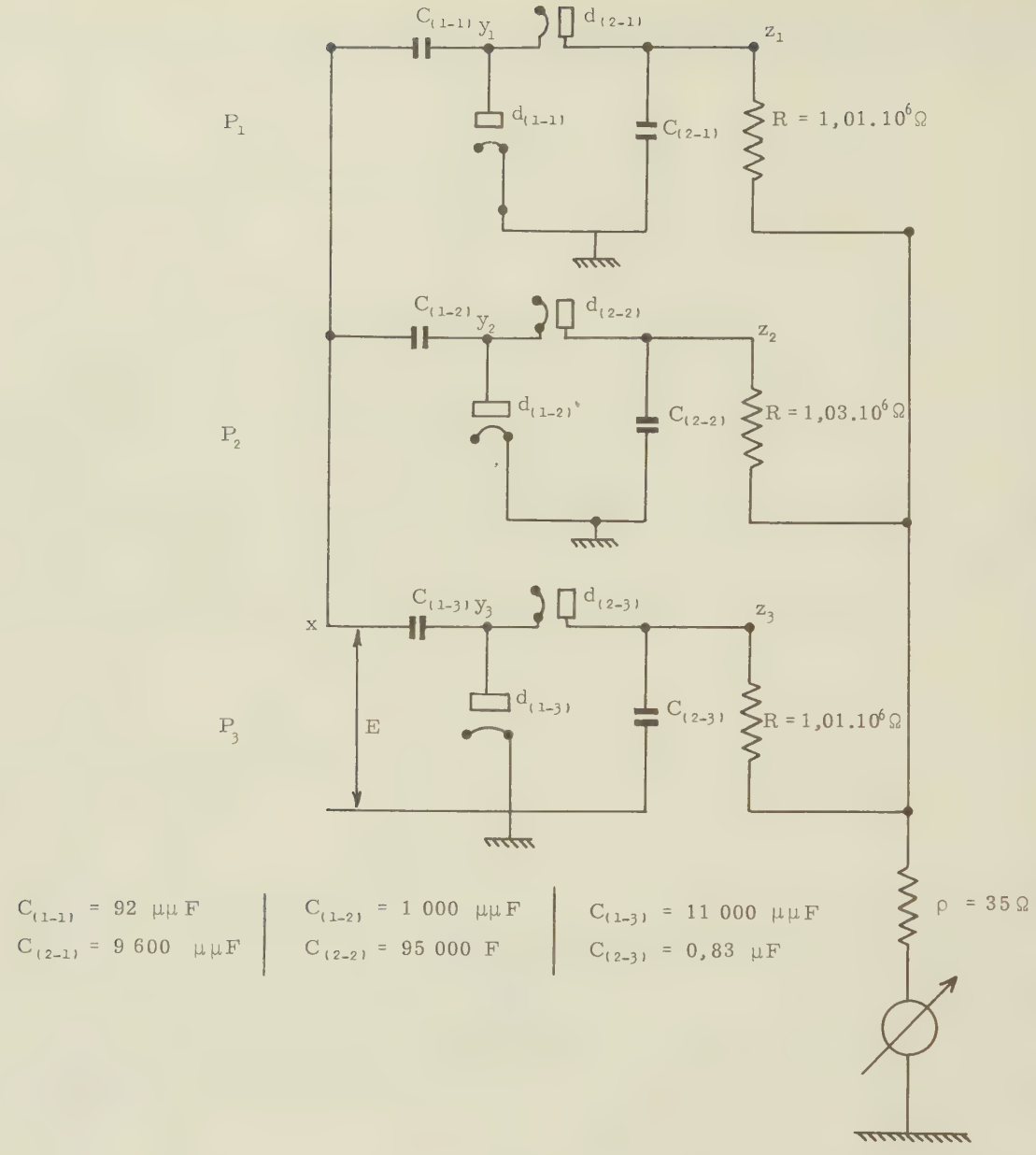

Fig. 18

Il comporte trois pompes à diodes dont l'entrée est commune, et ayant chacune une résistance de charge, R, de même valeur, et des condensateurs C_1 et C_2 de telle façon que les constantes de temps respectives d'une pompe à diodes à une autre varient suivant une progression géométrique.

L'intensité totale débitée par l'ensemble est mesurée à l'aide d'un microampèremètre A.O.I.P. type 56.225, de résistance égale à 35 Ω sur la gamme de mesure utilisée.

De la comparaison des résultats expérimentaux et théoriques effectués en chaque point de mesure, soit à l'aide de pompes à diodes utilisant des tubes thermoïoniques, tableaux 11 et 12, soit à l'aide de pompes à diodes employant des semiconducteurs (OA85), tableau 13, l'erreur est meilleure que le centième, sauf toutefois, dans la région de saturation où elle est supérieure.

1ère MESURE

F	P_1	P_2	P_3	I total µA	I mesuré µA
21	0	0,06	2,78	2,84	3
45	0	0,23	5,93	6,16	6
96	0,05	1,26	10,43	11,7	11,5
198	0,13	3,48	15,37	8,19	19
391	0,25	6,84	19,63	26,7	26,5
729	1,1	11,08	22,83	35	34,5
1487	3,05	16,38	25,13	44,5	43,5
2944	5,95	20,68	26,43	52	52
6577	10,75	24,08	27,03	61,90	60,5
13437	15,75	26,38	27,73	70	67
27894	20,25	26,88	27,83	75	72
52410	22,95	27,88	28,18	79	76

E = 29 v
Largeur de l'impulsion 4 µ s

Tableau 11

2ème MESURE

F	P_1	P_2	P_3	I total µA	I mesuré µA
15,8	0	0,08	1,16	1,24	1,3
41	0,02	0,18	4,79	5	5
96	0,05	1,06	9,38	10,50	10,5
196	0,1	3,02	13,78	16,9	17
387	0,28	6,08	17,64	24	23,8
776	0,98	10,20	20,64	31,9	31,8
1634	2,98	15,4	23,04	41,4	41
3266	5,98	19,40	24,14	49,5	48,5
6941	10,48	22,7	25,24	58,41	56,8
13427	14,98	24,4	25,34	64,7	63,3
20027	16,98	24,6	25,44	67,0	66,0
27397	17,08	24,7	25,45	67	67,3
41016	20,58	25	26,34	72,9	70
51437	21,38	25,90	26,44	73,7	71

Ev = 29 v
Largeur de l'impulsion 4 µ s

Tableau 12

En ce qui concerne la gamme d'utilisation, elle reste du même ordre de grandeur quel que soit le montage : soit de 100 c/s à 14.000 c/s figure 19-20 tubes thermoïonique, figure 21 diodes au germanium.

Il y a lieu de signaler cependant que ces dernières ne fournissent pas de tension résiduelle, due au potentiel de contact des tubes hermoïoniques, mais qu'ils présentent une résistance inverse de l'ordre de 2 à 5 Megohms.

3ème MESURE

$F =_o$	P_1	P_2	P_3	I total μA	I mesuré μA
25	0,005	0,07	3,83	3,90	3,75
49	0,015	0,34	7,08	7,43	7,50
91	0,0035	1,57	11,96	13,6	13,6
251	0,095	4,47	17,05	21,6	21,7
463	0,415	7,59	20,6	28,6	28,4
973	1,54	12,54	23,43	37,5	37,5
2089	3,8	18,45	24	46,3	46,3
4170	7,24	21,36	25,86	54,5	54,5
8987	12,19	23,98	26,32	62,5	62,5
17868	16,76	25,44	26,78	69,0	68,5
27671	19,23	26,02	26,79	72	70,5
56669	22,76	27,28	27,26	77,3	74,5

E = 28 v
Largeur de l'impulsion 4 μs

Tableau 13

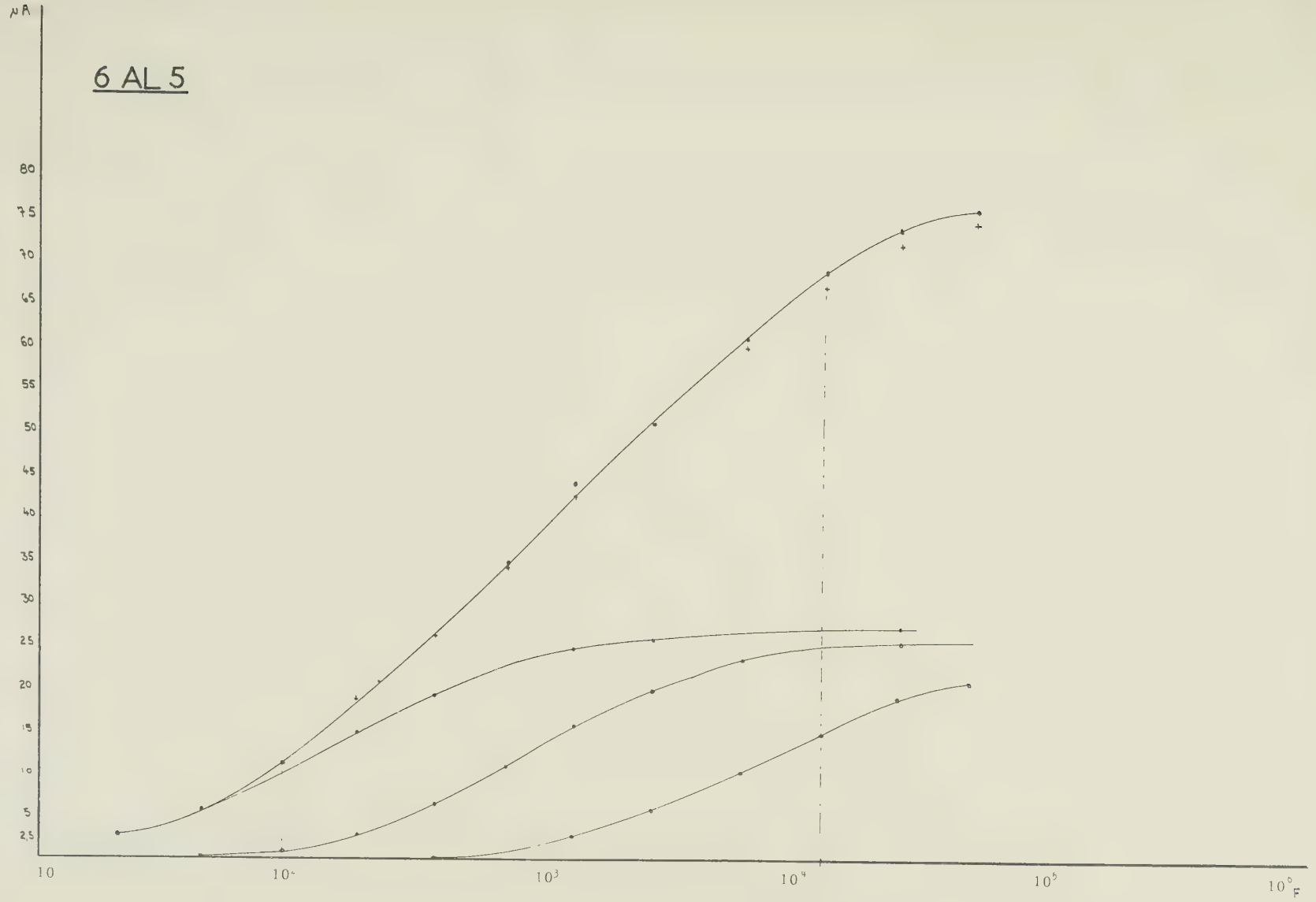
μA
6 AL 5
80
75
70
65
60
55
50
45
40
35
30
25
20
15
10
5
2,5
10
10²
10³
10⁴
10⁵
10⁶
F

Fig. 19

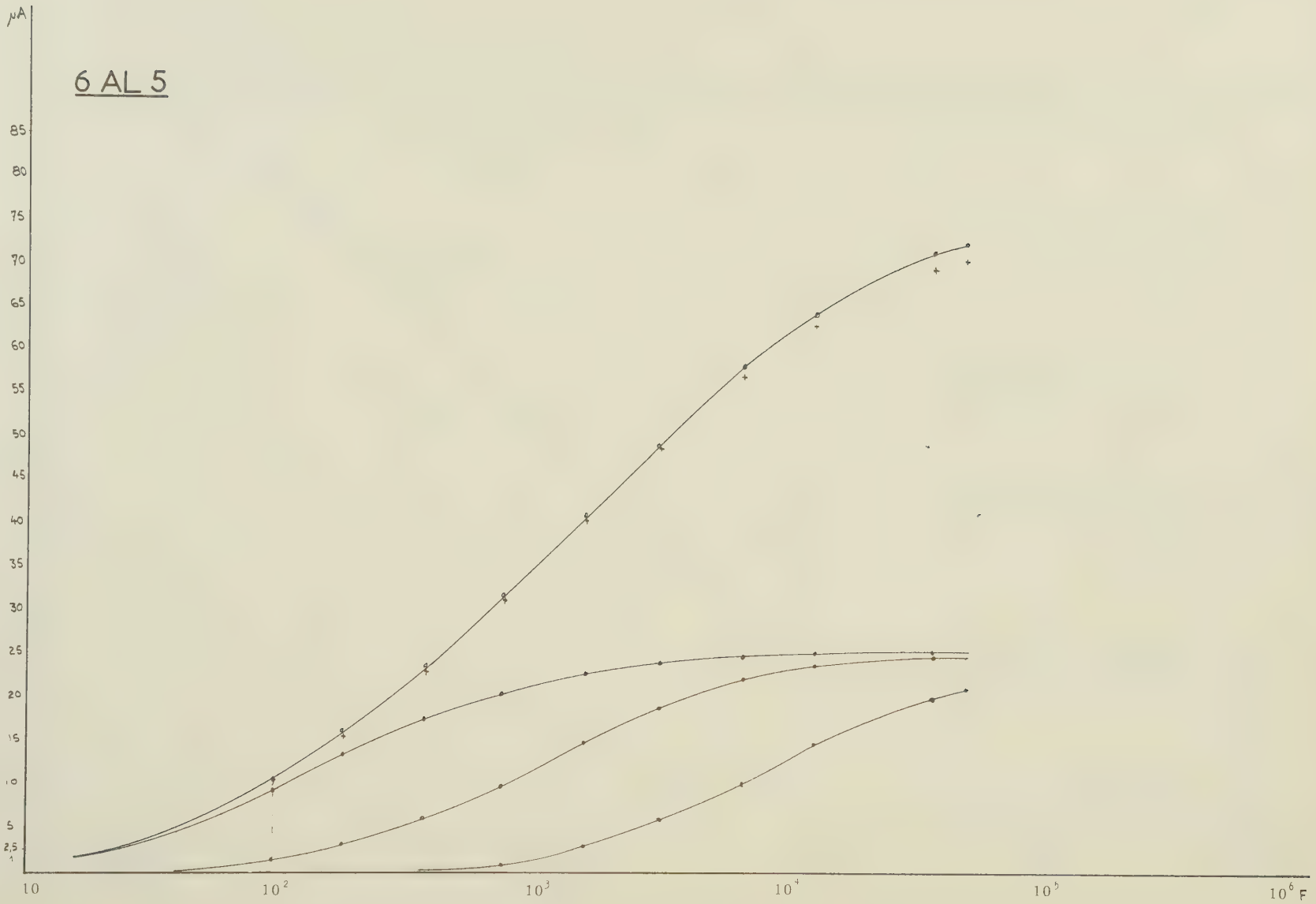
μA
6 AL 5
85
80
75
70
65
60
55
50
45
40
35
30
25
20
15
10
5
2,5
1
10
10^2
10^3
10^4
10^5
10^6 F

Fig. 20

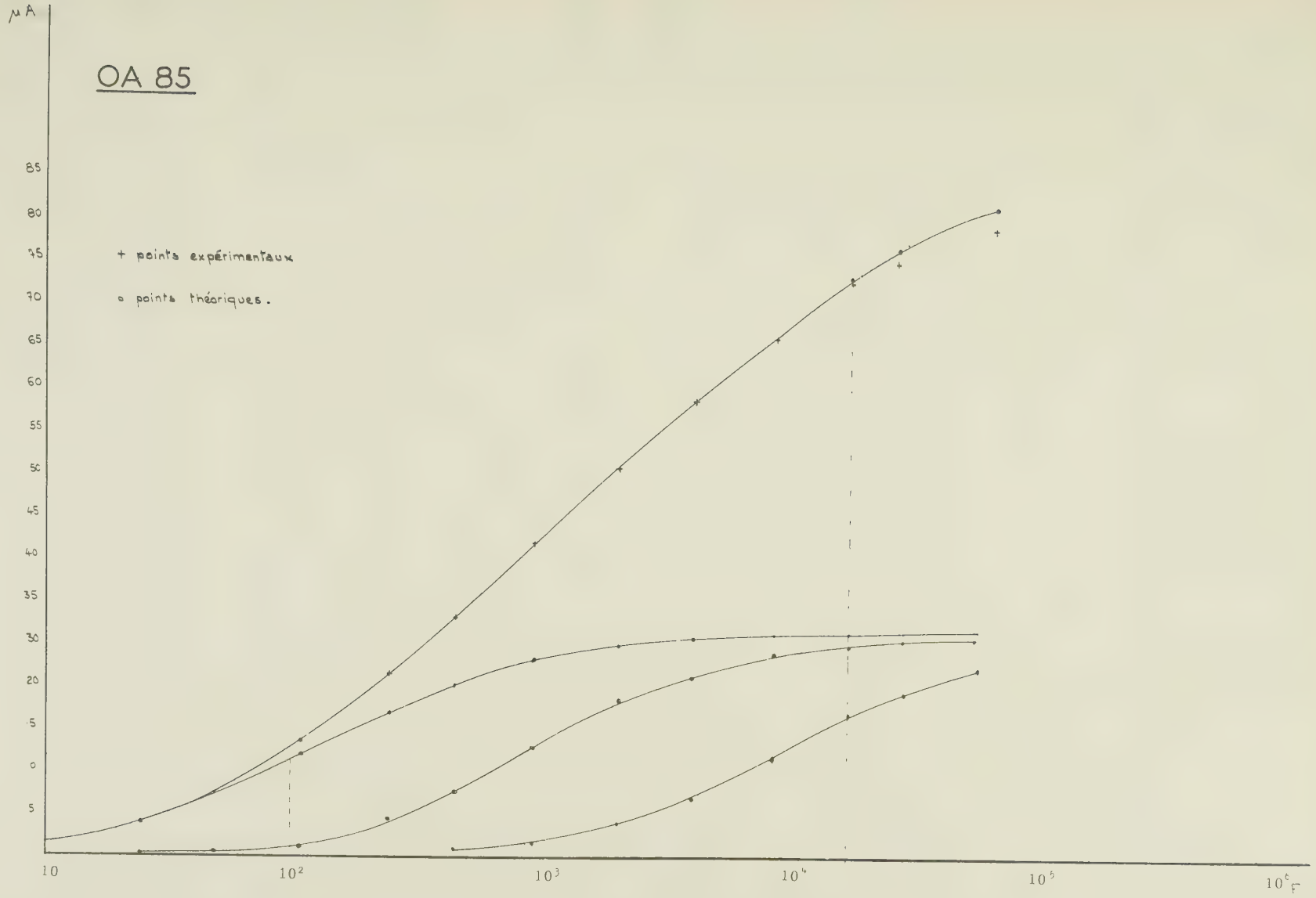
μA
OA 85
+ points expérimentaux
∘ points théoriques.
85
80
75
70
65
60
55
50
45
40
35
30
20
15
0
5
10
10^2
10^3
10^4
10^5
10^6 F

Fig. 21

CHAPITRE VII

DÉTECTION DES EXCURSIONS DE PUISSANCE NEUTRONIQUE D'UNE PILE

7-0 - INTRODUCTION

Du fait d'un incident, la puissance dégagée par une pile peut croître d'une manière dangereuse. Il est impérieux que des systèmes de sécurité limitent ces variations de puissance avant qu'elles ne provoquent une détérioration. Ces systèmes de sécurité sont déclenchés par le signal d'un compteur dont l'indication est proportionnelle au flux de neutrons émis dans la pile. Ce signal d'arrêt doit apparaître dans le temps le plus court après l'apparition de l'excursion de puissance.

Il est d'un grand intérêt de connaître d'abord la limite théorique que l'on peut espérer atteindre dans la rapidité de cette réponse. Ce problème a été posé par C.H. VINCENT, dont l'article (1) m'a servi de guide dans cette étude.

Après avoir établi la limite théorique (figure 22 a) imposée par les conditions du problème, je m'efforcerai de réaliser un appareil dont la rapidité de réponse se rapproche autant que possible de cette limite. Pour cela, j'étudierai d'abord la réponse d'un intégrateur linéaire (figure 22 b) constitué par une pompe à diodes, puis de deux intégrateurs de ce type mis en opposition parfaite (figure 22 c). Enfin, une bonne solution me sera apportée par deux intégrateurs dont l'opposition n'est pas exacte.

Il n'est pas inutile de faire remarquer que mon étude vise plus particulièrement la mesure dans le cas d'une faible puissance neutronique donc de période relativement courte, car en réalité, lorsque la pile fonctionne en régime stable et particulièrement à puissance élevée, la probabilité de telles excursions de puissance neutronique est faible.

Dans ce domaine, des appareils de sécurité satisfaisants existent ; d'ailleurs, le dispositif décrit s'applique également à ces cas où la limitation théorique est, on le sait, très basse.

Cette étude peut s'étendre, tant du point de vue mesure pure que du point de vue expérimentale, par exemple à la mesure réelle d'excursions rapides de puissance.

La méthode la meilleure consisterait à faire fonctionner le dispositif électronique à seuil constant en deçà et au-delà duquel il serait possible de faire mouvoir le détecteur de son canal suivant une relation connue entre le flux de neutrons et le déplacement du détecteur.

Malheureusement, cette méthode appliquée à ce cas particulier, peut présenter un inconvénient majeur ; l'inertie de la masse à mettre en mouvement, qui aura la fâcheuse tendance à augmenter la constante de temps de réponse du dispositif.

Cependant, dans les autres domaines de mesure courante, ce procédé donnerait des résultats satisfaisants.

Etude théorique

Je me propose de déterminer les caractéristiques optimales d'un appareil permettant de détecter les excursions de puissance neutronique indésirables dans le minimum de temps compatible avec les fluctuations inévitables autour du niveau de base.

Je suppose que le flux neutronique qui a évolué depuis $t = -\infty$ jusqu'à $t = 0$, correspond à une puissance P ; soit :

---

(1) C.H. VINCENT. Nucl. Inst. and Métho. 1 181. 1960

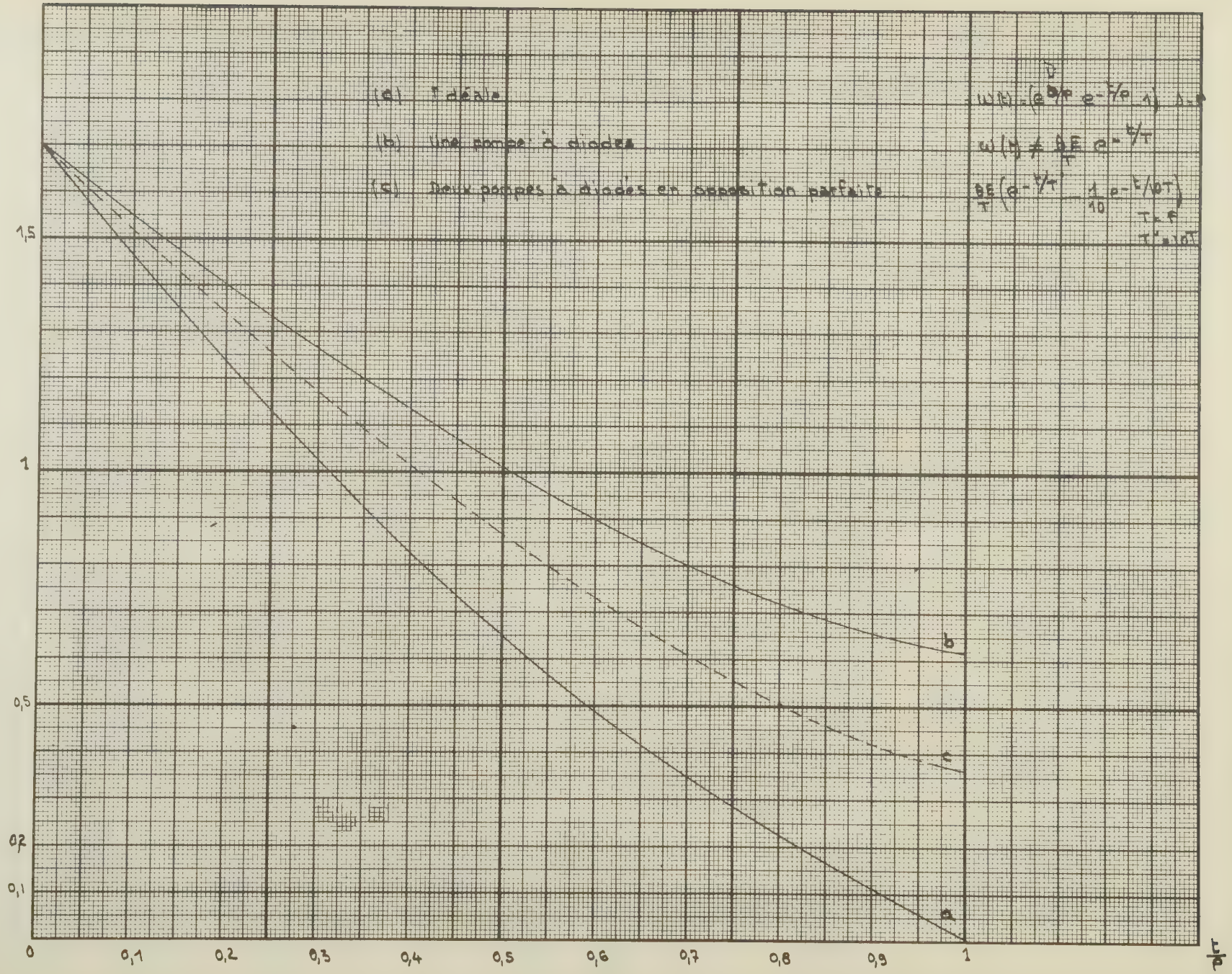
(a) Idéale
(b) Une pompe à diodes
(c) Deux pompes à diodes en opposition parfaite
1,5
1
0,5
0,2
0,1
0
0,1
0,2
0,3
0,4
0,5
0,6
0,7
0,8
0,9
1
t/p
a
b
c

Fig. 22

$$P = P_o \text{ pour } t \leqslant 0$$

Par ailleurs, j'admets une excursion de la puissance indésirable à partir du temps t = 0, la puissance résultante P (t) a donc pour expression :

$$P(t) = P_o \; [\, 1 + \varphi(t) \,] \text{ pour } t \geqslant 0$$

Je dispose d'un compteur par impulsions, le nombre moyen f d'impulsions par seconde qu'il fournit est proportionnel à la puissance P, donc :

$$\begin{aligned} f' &= f_o && t \leqslant 0 \\ f(t) &= f_o \; [\, 1 + \varphi(t) \,] && \text{pour } t \geqslant 0 \end{aligned} \tag{69}$$

Cette fréquence moyenne des impulsions est enregistrée par un intégrateur qui possède une *mémoire*. On désigne par ce terme la fonction w (t) qui, dans la mesure lue à l'instant t, représente la contribution d'une impulsion reçue par l'intégrateur à l'instant 0. La définition même impose que cette fonction soit nulle pour t < 0.

Au niveau de puissance correspondant à f_o, la lecture moyenne fournie par l'appareil est :

$$u_o = \int_{-\infty}^{o} f_o \, w(-t) \, dt = \int_{o}^{\infty} f_o \, w(t) \, dt. \tag{70}$$

Mais cette indication subit des fluctuations statistiques dont l'écart quadratique moyen est donné par :

$$(\Delta u_o^2) = \int_{-\infty}^{o} f_o \, [\, w(-t) \,]^2 \, dt = \int_{o}^{+\infty} f_o \, [\, w(t) \,]^2 \, dt \tag{71}$$

A la sortie de l'intégrateur, je dispose d'un appareil possédant un seuil de réponse fixe de telle façon que le dépassement de ce seuil par le signal, u, de l'intégrateur déclenche le dispositif de sécurité. L'existence des fluctuations qui pourraient déclencher de fausses alertes m'impose de placer ce seuil, S, à un niveau supérieur à u_o. Je fixe cette différence en lui imposant d'être égale à K fois l'écart quadratique moyen, $\sqrt{\Delta(u^2)}$ du niveau de régime.

$$S = u_o + K \sqrt{\Delta(u_o^2)} \tag{72}$$

Le nombre K est déterminé par des considérations pratiques dans un paragraphe suivant.

Le problème peut maintenant être défini d'une façon précise. Etant donnée une excursion de la forme

$$f = f_o \; [\, 1 + \varphi(t) \,]$$

quelle mémoire w (t) doit-on donc donner à l'intégrateur pour que le temps de déclenchement, D, soit aussi bref que possible ? Ce temps de déclenchement est la solution de l'équation suivante :

$$\int_{o}^{D} f_o \, \varphi(t) \, w(D - t) \, dt = K \sqrt{\Delta(u_o^2)}$$

Posons :

$$y = \frac{[\, \varphi(t) \, w(D - t) \, dt \,]^2}{\int_{-\infty}^{D} [\, w(D - t) \,]^2 \, dt} = \frac{K^2}{f_o} \tag{73}$$

Au lieu de rechercher la fonction w qui correspond à la valeur minimale de D, je cherche, pour une valeur de D fixe, la fonction w (D - t) qui rend maximal le rapport y, ces deux problèmes étant équivalents. D'ailleurs, le rapport y est reconnaissable comme le carré du rapport "signal désiré sur bruit".

A première vue, il est inutile que la mémoire ait une durée supérieure au temps D car, s'il n'en était pas ainsi, l'on augmenterait sans profit l'amplitude des fluctuations.

La fonction qui conviendra le mieux aura la propriété suivante :

$$w(t) = 0 \qquad \text{pour } t > D$$

ou

$$w(D - t) = 0 \qquad \text{pour } t < 0$$

Ce choix fait, le rapport y prend la forme :

$$y = \frac{\left[\int_o^D \varphi(t)\, w(D - t)\, dt\right]^2}{\int_o^D [w(D - t)]^2\, dt}$$

Posons

$$w(D - t) = v(t)$$

Alors le rapport y a pour expression :

$$y = \frac{K^2}{f_o} = \frac{\left[\int_o^D \varphi(t)\, v(t)\, dt\right]^2}{\int_o^D [v(t)]^2\, dt} \tag{74}$$

Or, l'inégalité de Schwartz s'écrit :

$$\frac{\left[\int_o^D \varphi\, v\, dt\right]^2}{\int_o^D v^2\, dt} \leqslant \int_o^D \varphi^2\, dt \tag{75}$$

Le maximum de y existe et il s'obtient en choisissant w de la façon suivante :

$$v(t) = w(D - t) = A\, \varphi(t)$$

La valeur minimale de D est la solution de l'équation

$$\int_o^D [\varphi(t)]^2\, dt = \frac{K^2}{f_o} \tag{76}$$

Application à une excursion de puissance neutronique exponentielle

Considérons le cas où, dans une pile atomique, une augmentation de puissance neutronique exponentielle se produit à partir du temps t = 0.

Tenant compte de la théorie de base, il vient :

$$f = f_o \qquad \text{pour } t < 0$$

$$f = f_o\, e^{t/P} \qquad \text{pour } t \geqslant 0$$

Il vient alors :

$$\varphi(t) = (e^{t/P} - 1) \text{ pour } t \geqslant 0 \tag{77}$$

avec :

P = période de l'excursion.

Comme il est dit précédemment, l'appareil de mesure qui conviendrait le mieux pour détecter, dans le délai le plus court, une excursion de puissance de durée égale ou supérieure à D doit avoir une mémoire de la forme suivante :

$$w(t) = [\, e^{(D-t)/P} - 1\,] \qquad \text{pour } 0 < t < D$$

et:

$$w(t) = 0 \qquad \text{pour } t < 0 \text{ ou } t > D$$

D, valeur théorique minimale, est la solution de l'équation :

$$\int_o^D (e^{t/P} - 1)^2\, dt = \frac{K^2}{f_o} \tag{78}$$

En posant

$$x = \frac{D}{P}$$

il vient :

$$\frac{K^2}{f_o \cdot P} = \frac{K^2}{N} = \frac{1}{2} e^{2x} - 2 e^x + x + \frac{3}{2} \qquad (79)$$

Voir courbe n° 23 (a)

Résolvons cette équation dans les deux cas extrêmes :

a) $x \ll 1$ ou $D \ll P$

Afin de trouver une solution, je développe les exponentielles jusqu'à la puissance 3 ; ce qui donne :

$$x^3 = 3 \frac{K^2}{N}$$

Courbe n° 23 (b)

d'où :

$$x = 1,44 \left(\frac{K^2}{N} \right)^{1/3} \qquad (80)$$

Il n'est pas sans intérêt de faire remarquer que la solution de l'équation 80 est correcte seulement si le rapport $\frac{K^2}{N}$ est très faible devant l'unité $\frac{K^2}{N} \ll 1$. Exemple :

$$K = 10 \qquad N = 10^5$$

$$x = 1,44 \left(\frac{10^2}{10^5} \right)^{1/3} = 0,144$$

L'on voit donc qu'il est possible de détecter certaines excursions de puissance pendant un temps très inférieur à la période P.

b) $x \gg 1$ $D \gg P$

L'équation 79 peut se mettre sous la forme :

$$(e^x - 2)^2 + 2x - 1 = 2 \frac{K^2}{N} \qquad (81)$$

Si $N \longrightarrow 0$, je peux conserver le terme le plus important et négliger le reste ; d'où :

$$e^{2x} = \frac{2 K^2}{N} \qquad (82)$$

Remarques

1/ - A titre d'exemple, traitons le cas d'une variation brusque de puissance définie comme suit :

a) Mémoire constante :

$$v(t) = v_. = \text{constante} \quad \text{pour } 0 < t < D$$

$$v(t) = 0 \quad \text{pour } 0 > t > D$$

$$y (v = v_o) = \frac{\left[\int_o^D \varphi(t)\, dt \right]^2}{D} = \frac{K^2}{f_o}$$

Pour une excursion exponentielle, l'équation en x serait :

$$N = \frac{[\,(e^x - 1) - x\,]^2}{x}$$

a) $x \ll 1$

Il vient alors :

$$x^3 = 4\ \frac{K^2}{N}$$

d'où :

$$x = \left(4\ \frac{K^2}{N}\right)^{1/3} \tag{83}$$

Dans cette région, le choix de la mémoire n'est pas critique.

b) $x \gg 1$

Si le paramètre x tend vers l'infini $x \longrightarrow \infty$, nous avons donc :

$$\frac{e^{2x}}{x} = \frac{K^2}{N}$$

d'où :

$$e^{2x} = x\,\frac{K^2}{N} \tag{84}$$

Dans le cas idéal, le taux de comptage serait multiplié par $e^x = 2 \div \left(\frac{2K^2}{N}\right)^{1/2}$, mais par contre, dans le cas de la mémoire rectangulaire il se trouverait multiplié par $\left(\frac{K^2 x}{N}\right)^{1/2}$, ce qui serait défavorable, étant donnée la valeur élevée du paramètre x.

2/ - Bruit de fond

Il est facile de montrer que la présence d'un bruit de fond b remplace simplement le rapport $\frac{K^2}{N}$ par le rapport

$$\frac{K^2}{N} \qquad \frac{b + f_o}{f_o}$$

7-3 - DETERMINATION DU FACTEUR K

Les fluctuations de u_o peuvent déclencher des alarmes intempestives qui seront d'autant plus fréquentes que le facteur K sera plus petit. Il faut donc choisir un coefficient, de manière que, même en plusieurs années, la probabilité d'une alarme fortuite reste faible. La probabilité pour qu'à un instant donné, l'écart dépasse K fois quadratique moyen est :

$$P\,(K) = \int_k^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{x^2}{\pi}} dx$$

$$= (0,5) - \int_o^K \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\ e^{-\frac{x^2}{\pi}}\ dx \tag{85}$$

Le dépassement seul ne suffit pas. Il faut donc encore qu'il se maintienne pendant un temps minimal que je désignerai par τ, pour que le signal se produise. (Dans le cas de l'appareil que je décris plus loin, ce temps est de l'ordre de la microseconde).
Si ρ est la fréquence des alarmes fortuites, on a :

$$P\,(K) > \rho\,\tau$$

Une alarme fortuite par an correspond à $\rho = 3 \times 10^{-8}$ sec. donc P (K) doit être inférieur à 10^{-14} pour que la probabilité d'une alarme fortuite par an soit négligeable.

La valeur $P(K) = 10^{-14}$ est atteinte pour K = 8.

En choisissant

$$K = 10$$
$$P\ (K) = 8 \times 10^{-24}$$
$$\rho < 8 \times 10^{-18} \text{ par seconde.}$$

ou $$\rho < 2 \times 10^{-10} \text{ par an.}$$

C'est avec ce coefficient que nous avons calculé les courbes représentées. Fig. 23.

7-4 - CIRCUIT D'UTILISATION

Je connais maintenant le temps minimal de réponse pour une variation de puissance donnée, en imposant des conditions éliminant d'une façon satisfaisante les alarmes dues aux fluctuations.

Pratiquement, je ne peux adapter le dispositif que j'emploie à chaque excursion. Sa mémoire, en effet, est une fonction imposée par le principe même de l'appareil et ne sera pas la mémoire idéale calculée dans le chapitre précédent.

Par ailleurs, l'intégration la plus commode est fondée sur la pompe à diodes. Je vais donc examiner le fonctionnement d'une pompe à diodes ou d'une combinaison de pompes à diodes en présence d'une variation de puissance. J'admettrai que les intégrateurs utilisés ont une *réponse linéaire en fonction de la fréquence*, ce que je sais réaliser sur une large gamme par les méthodes méthodes décrites précédemment.

Pour condenser les calculs, je traiterai d'abord le cas de deux pompes à diodes montées en opposition partielle, la variation de potentiel de l'une sera positive, celle de l'autre sera négative et le signal résultant est la somme algébrique de ces deux potentiels. Pratiquement, en régime permanent, cette somme sera petite et pourra même être nulle. Dans ce cas, les deux intégrateurs sont en opposition parfaite.

Dans le cas d'une opposition parfaite, bien que le signal en régime stationnaire soit nul, une excursion de puissance provoque une variation du potentiel total si les constantes de temps des deux intégrateurs sont différentes. Je conviens que la pompe à diodes ayant la plus petite constante d'intégration (T) donne une variation de potentiel positive, l'autre, ayant une constante de temps plus élevée (T'), fournit une variation négative.

Cette étude générale achevée, j'en déduirai la réponse d'une seule pompe à diodes, puis je chercherai la combinaison qui donne le résultat le plus voisin du résultat idéal.

7-4-1 - Deux pompes à diodes montées en opposition partielle. (Figure 24)

Définissons une pompe à diodes par les paramètres suivants :

R, C_1, C_2, E. Dans ce cas particulier, je pose :

$$R\,C_1 = \vartheta \qquad R'\,C'_1 = \vartheta'$$
$$R\,C_2 = T \qquad R'\,C'_2 = T'$$

Je suppose que j'ai rendu, par un dispositif convenable, l'amplitude du signal de sortie de chacune des pompes linéaire en fonction de la fréquence.

Alors, je puis affirmer que la mémoire est définie par l'expression suivante :

$$w(t) = \frac{\vartheta\, E}{T} e^{-t/T} - \frac{\vartheta'\, E'}{T'} e^{-t/T'} \qquad (86)$$

La tension u_o correspondant au fonctionnement permanent de la pile atomique caractérisée par la fréquence f_o est :

$$u_o = f_o\, \vartheta'\, E' = f\, \vartheta\, E \quad (1 - \alpha)$$

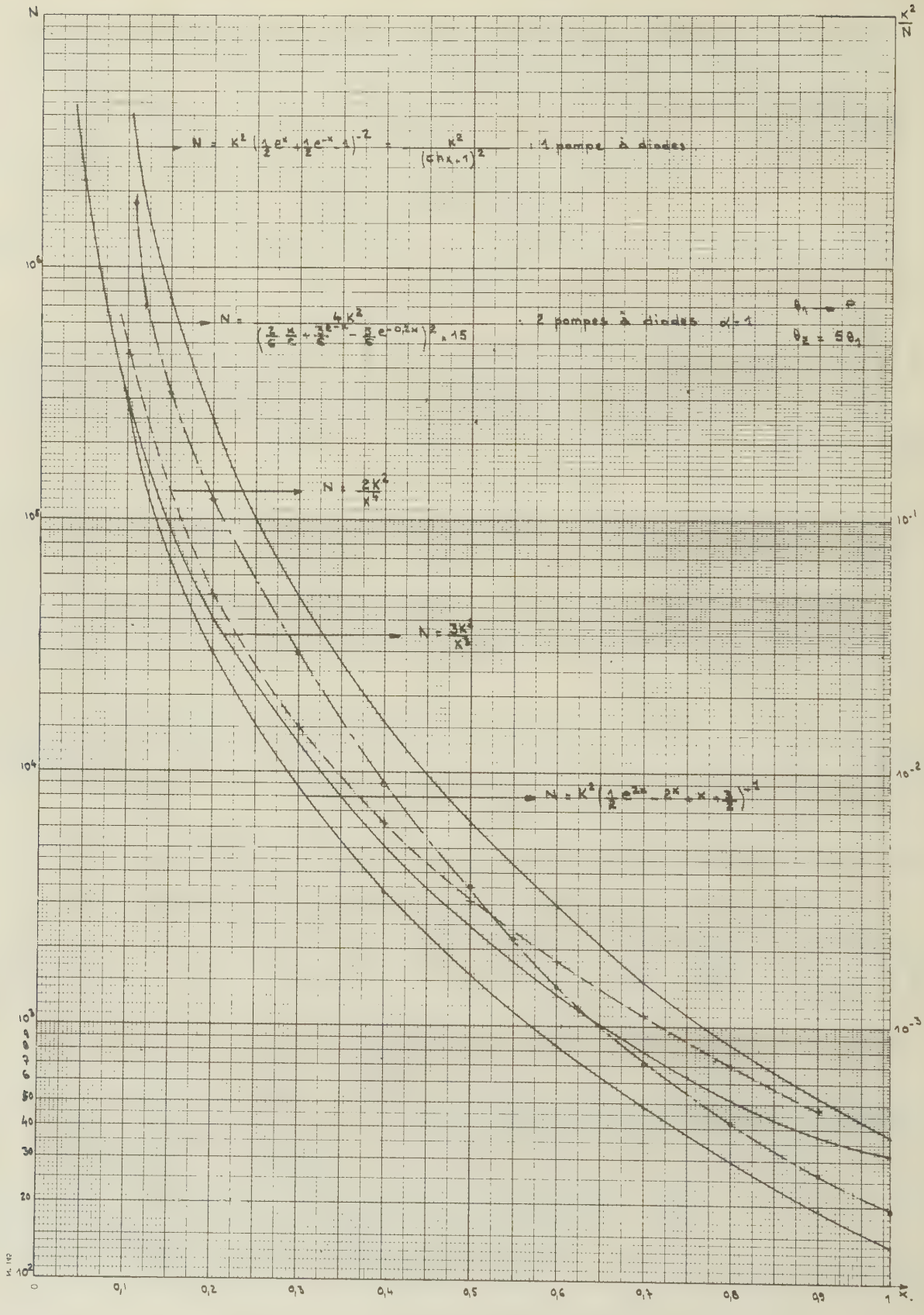
N
N/K²
$N = K^2\left(\frac{1}{2}e^{x} + \frac{1}{2}e^{-x} - 1\right)^{-2} = \frac{K^2}{(\mathrm{ch}x - 1)^2}$: 1 pompe à diodes
$N = \frac{4K^2}{\left(\frac{1}{e}\frac{x}{2} + \frac{3}{e^{2}}e^{-x} - \frac{2}{e}e^{-0{,}2x}\right)^2 \times 15}$: 2 pompes à diodes $\alpha = 1$ $\theta_1 = \theta$ $\theta_2 = 5\theta_1$
$N = \frac{2K^2}{x^2}$
$N = \frac{3K^2}{x^2}$
$N = K^2\left(\frac{1}{2}e^{2x} - 2e^{x} + x + \frac{3}{2}\right)^{-1}$
10^6
10^5
10^4
10^3
10^2
10^{-1}
10^{-2}
10^{-3}
9
8
7
6
50
40
30
20
0
0,1
0,2
0,3
0,4
0,5
0,6
0,7
0,8
0,9
1
x

Fig. 23

avec :

$$\vartheta' E' = \alpha \vartheta E \qquad (87)$$

Pour retrouver le cas d'une pompe à diodes unique, il me suffira de poser :

$$\alpha = 0$$

Deux pompes à diodes montées en opposition parfaite correspondent à :

$$\alpha = 1$$

Elles peuvent différer, bien entendu, par les constantes de temps d'intégration T et T' (T'> T).

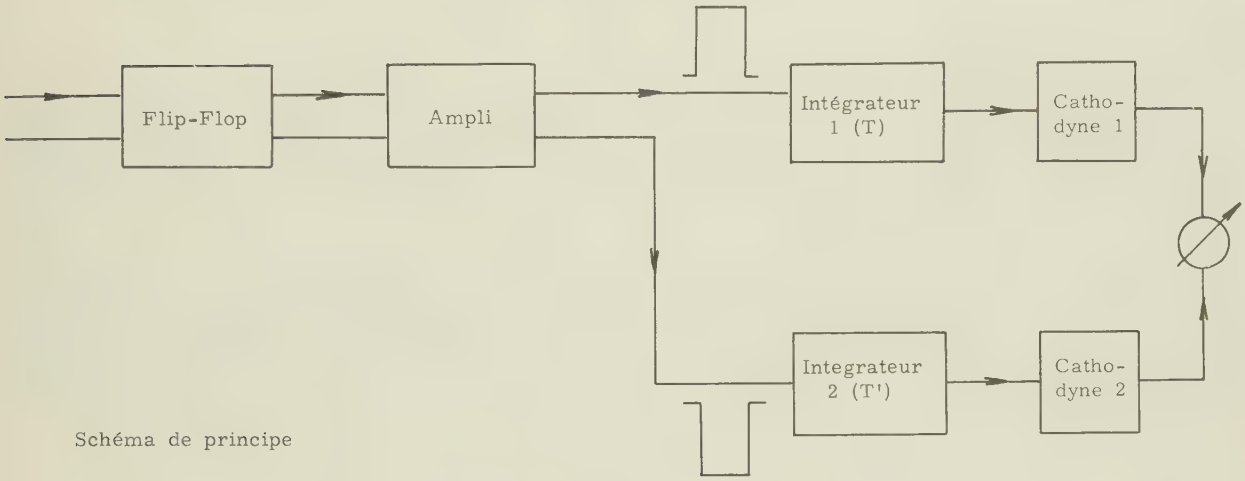

Schéma de principe

Fig. 24

D'ailleurs, je verrai que les seules combinaisons pratiquement intéressantes correspondent à des valeurs de α peu différentes de l'unité ($\alpha \neq 1$) et qu'une réponse positive résultante nous impose :

$$\alpha \geq 1$$

Considérons maintenant le cas d'une variation de puissance exponentielle correspondant à une variation de fréquence telle que :

$$f = f_o \quad e^{t/P}$$

Alors :

$$U - U_o = f_o \vartheta E \left[\left(\frac{P}{P+T} - \frac{\alpha P}{P+T'} \right) e^{D/P} + \frac{T}{P+T} e^{-D/T} - \frac{\alpha T'}{P+T'} e^{-D/T'} - (1-\alpha) \right] \qquad (88)$$

Par ailleurs, l'écart quadratique moyen autour de la tension, u_o, se calcule suivant la règle générale ; soit :

$$\Delta (u_o^2) = f \vartheta^2 E^2 \int_o^\infty \left(\frac{e^{-t/T}}{T} - \frac{e^{-t/T'}}{T'} \right)^2 dt$$

$$= f_o \vartheta^2 E^2 \left(\frac{1}{2T} - \frac{2\alpha}{T + T'} + \frac{\alpha^2}{2T'} \right) \quad (89)$$

Par définition, le niveau du seuil de déclenchement équivaut à :

$$S = U_o + K \sqrt{\Delta U_o}$$

$$= f_o \vartheta E (1 - \alpha) + K \vartheta E (f)^{1/2} \left(\frac{1}{2T} - \frac{2\alpha}{T + T'} + \frac{\alpha^2}{2T'} \right)^{1/2} \quad (90)$$

Le choix des constantes de temps d'intégration, $T' > T$ m'impose un seuil positif.

Remarque

Je peux anticiper sur les résultats en considérant un montage électronique avec deux pompes à diodes montées en opposition parfaite ($\alpha = 1$).

Dans ce cas, à l'équilibre, l'appareil de mesure accusera une déviation moyenne nulle pour n'importe quelle fréquence de répétition f_o - compte non tenu des signaux dûs aux fluctuations statistiques - mais déviera pour toute variation instantanée de puissance si les constantes de temps d'intégration T et T' sont différentes.

Si, par exemple, T' est très supérieur à T, la pompe à diodes rapide donnera une variation de tension plus élevée que celle fournie par l'intégrateur de grande constante de temps d'intégration.

Bien que le niveau de base soit un signal d'amplitude moyenne nulle, les fluctuations statistiques ne s'annulent pas en totalité, elles sont partiellement compensées du fait que les deux intégrateurs comptent dans des intervalles de temps différents, mais qui se recouvrent partiellement.

En résumé, l'instant D de déclenchement est calculé par la résolution de l'équation :

$$\left(\frac{P}{P + T} - \frac{\alpha P}{P + T'} \right) e^{D/P} + \frac{T}{P + T} e^{-D/T} - \frac{\alpha T'}{P + T'} e^{-D/T'} - (1 - \alpha)$$

$$= \frac{K}{\sqrt{f_o}} \left(\frac{1}{2T} - \frac{2\alpha}{T + T'} + \frac{\alpha^2}{2T'} \right)^{1/2}$$

Temps de déclenchement

J'étudierai d'abord deux cas limites correspondant respectivement aux petites et grandes valeurs de D.

1/ $D \ll P$

Afin de pouvoir développer en série, je pose également

$$D \ll T \quad \text{et} \quad D \ll T'.$$

La première condition se réduit à la seconde, puisque j'ai T' supérieur à T. La seconde sera vérifiée si T' est, soit supérieur à P, soit du même ordre de grandeur que P.

Le développement en série du premier membre commence par le terme en D^2 ; soit :

$$\frac{D^2}{2P} \cdot \frac{T' - \alpha T}{T T'} = \frac{K}{\sqrt{f_o}} \left(\frac{1}{2T} - \frac{2\alpha}{T + T'} + \frac{\alpha^2}{2T'} \right)^{1/2} \quad (91)$$

Je vois qu'il n'y aura de solution, dans ce cas, qu'à la condition suivante :

$$T' - \alpha T > 0$$

puisque j'ai choisi un seuil positif.

Avec cette condition, je calcule D, soit :

$$x^2 = \frac{D^2}{P^2} = \frac{2\,K}{(f_o\,P)^{1/2}} \left[\frac{T\,T'\,(T' - \alpha\,T)^2 + T\,T'\,(1 - \alpha)^2}{P\,(T + T')\,(T' - T)^2} \right]^{1/2}$$

Cette formule est utilisable seulement si les conditions

$$x \ll 1 \quad \text{et} \quad D \ll T$$

sont respectées.

Dans les cas pratiques, ces conditions entrainent

$$f_o\,P \gg K^2 \tag{92}$$

2/ D >> P ou x >> 1

Je ne conserve alors que l'exponentielle dont l'exposant est D/P

$$e^{D/P} = \frac{K}{(f_o\,P)^{1/2}} \left[\frac{(T' - \alpha\,T)^2 + T\,T'\,(1 - \alpha)^2}{2\,T\,T'\,P(T + T')} \quad \frac{(P + T)\,(P + T')}{P\,(1 - \alpha) + (T' - \alpha\,T)} \right]^{1/2} \tag{93}$$

Remarquons que le terme exponentiel $e^{D/P}$ *est précisément le coefficient par lequel la puissance est multipliée au moment où le signal de déclenchement se produit.*

Là encore, dans les cas pratiques, cette équation est correcte seulement si :

$$f_o\,P \ll K^2. \tag{94}$$

7-4-2 - Une pompe à diodes

Les formules précédentes s'appliquent au cas d'une pompe à diodes lorsque je pose, soit $\alpha = 0$, soit $T' = \infty$.

Le seuil imposé serait :

$$S = K\,\vartheta\,E\left(\frac{f_o}{2\,T}\right)^{1/2}$$

L'instant de déclenchement est donné par :

$$\frac{P}{P + T}\,e^{D/P} + \frac{T}{P + T}\,e^{-D/T} - 1 = \frac{K}{(2\,f_o\,T)^{1/2}} \tag{95}$$

Courbe 23 (c)

Les deux cas limites fournissent les solutions suivantes :

1/ D << P et D << T

$$x = \frac{D^2}{P^2} = \frac{2\,K}{(f_o\,P)^{1/2}} \sqrt{\frac{T}{P}}$$

Or, mon but est d'obtenir une valeur de x aussi faible que possible, je dois donc choisir une constante de temps d'intégration T aussi petite que permettent les conditions de validité. La constante de temps d'intégration T est, au mieux, de l'ordre de la période P. En choisissant T = P, il vient donc :

$$x^2 = \frac{2\,K}{\sqrt{f_o\,P}} \tag{96}$$

d'où :

$$x = \left(\frac{2\,K^2}{N}\right)^{1/4}$$

Remarque

a) La solution précédente de x ne peut être valable que si les résultats trouvés sont supérieurs aux valeurs théoriques idéales trouvées en fonction du paramètre N ; soit :

$$\left(\frac{2\ K^2}{N}\right) \quad > \quad \left(\frac{3\ K^2}{N}\right)^{1/3}$$

ce qui est vérifié pour :

$$\frac{K^2}{N} < \frac{1}{3}$$

b) Reprenons l'équation générale de la pompe à diodes et examinons le cas où la constante de temps, T, d'intégration, est égale à la période (T = P), il vient alors :

$$x = \text{argch} \quad \left(1 + \frac{K}{\sqrt{N}}\right) \tag{97}$$

Courbe 23 (d)

2/ D ≫ P

J'obtiens une solution approximative ; soit :

$$e^x = \frac{K}{\sqrt{2\ f_o\ T}} \cdot \frac{P + T}{T}$$

En fonction de T, cette solution passe par un minimum pour T = P et la valeur de ce minimum est :

$$e^x = K \sqrt{\frac{2}{f_o\ P}} \tag{98}$$

C'est la valeur idéale.

Conclusion

Il résulte de cette étude que le meilleur choix serait une pompe à diodes avec une constante de temps d'intégration égale à la période, solution qui conviendrait à un cas bien particulier sur une gamme étroite de fonctionnement utile.

Si j'utilise un dispositif comportant une seule et unique pompe à diodes avec une constante de temps d'intégration égale à la plus petite période d'excursions de puissance indésirables possibles, l'intégrateur reproduira fidèlement toutes les excursions de puissance indésirables, mais aura l'inconvénient d'accroître les fluctuations statistiques.

Si par contre, la pompe à diodes utilisée à une constante de temps d'intégration très supérieure à la plus petite période d'excursions de puissance indésirables, il ressort que, d'une part, le temps d'équilibre sera extrêmement long et que, d'autre part, le temps de réponse sera également long et, par voie de conséquence, reproduira d'une façon insuffisante certaines excursions de puissance indésirables. Un tel dispositif présente l'avantage de fournir des signaux dûs aux fluctuations statistiques de faible amplitude, mais a l'inconvénient de ne pas être considéré comme étant un appareil de sécurité, qui est mon premier objectif.

Dans les deux cas extrêmes, la meilleure valeur de la constante de temps d'intégration est celle qui correspondrait à la période de l'excursion de puissance indésirable.

D'autre part, le seuil que je fixe convient à un certain niveau de base f_o.

Pratiquement, je suis obligé de fixer ce seuil suivant la plus grande valeur de f_o que je rencontre en régime normal.

Mon but est de chercher un dispositif qui réponde rapidement dans des conditions diverses de variation de puissance, le seuil étant fixé une fois pour toutes.

Avec une pompe à diodes, le seuil théorique convenable est proportionnel à la fréquence f_o.

Avec deux pompes à diodes en opposition parfaite, j'ai vu qu'il est proportionnel à la racine carrée de la fréquence f_o.

7-4-3 - Deux pompes à diodes en opposition parfaite

Dans ce cas, la tension de référence, u_o est nulle,

$$u_o = 0$$

et le seuil pour une excursion exponentielle partant de f_o sera fixée à :

$$S = K \vartheta E \sqrt{f_o \left(\frac{1}{2T} - \frac{2}{T+T'} + \frac{1}{2T'}\right)}$$

$$= K \vartheta E (T' - T) \sqrt{\frac{f_o}{2TT'(T+T')}}$$

L'instant de déclenchement est obtenu par la solution de l'équation :

$$\left(\frac{P}{P+T} - \frac{P}{P+T'}\right) e^{D/P} + \frac{T}{P+T} e^{-D/T} - \frac{T'}{P+T'} e^{-D/T'} = \frac{K}{\sqrt{f_o}} \left(\frac{1}{2T} + \frac{1}{2T'} - \frac{2}{T+T'}\right)^{1/2}$$

$$= \frac{K}{\sqrt{f_o}} \sqrt{\frac{(T'-T)^2}{2TT'(T+T')}} \qquad (99)$$

Courbe 23 (e)

Les deux cas limites fournissent les solutions suivantes :

1/ $D \ll P$ et $D \ll T$

$$x^2 = \frac{K}{\sqrt{f_o P}} \sqrt{\frac{2TT'}{P(T+T')}} \qquad (100)$$

La valeur minimale de x pour une constante de temps d'intégration constante, T, s'obtient en prenant l'autre constante de temps d'intégration T, aussi petite que possible. La condition de validité m'impose une T' de l'ordre de la période ($T' \neq P$) ; alors

$$x^2 = \frac{K}{(f P)^{1/2}} \sqrt{\frac{2T}{P+T}}$$

Enfin, la valeur la meilleure pour T est également la plus petite possible, soit :

$$T = P$$

donc :

$$x^2 = \frac{K}{\sqrt{f_o P}}$$

Ainsi, la valeur de x^2 a été améliorée d'un facteur égal à 2 par rapport à la valeur trouvée avec une seule pompe à diodes.

Cet avantage n'est pas complètement exploitable, car j'obtiens un cas limite où :

$$\alpha = 1 \text{ et } T = T' = P \qquad (101)$$

Les deux pompes à diodes donnent, dans tous les cas, des signaux de même amplitude.

2/ $D \gg P$

Le coefficient de multiplication est :

$$e^{D/P} = \frac{K}{\sqrt{f_o P}} \qquad \frac{(P+T)(P+T')}{[2PTT'(T+T')]^{1/2}} \qquad (102)$$

La discussion de cette équation montre que le cas le plus favorable est réalisé lorsque

$$T \longrightarrow P$$

et $$T' \longrightarrow \infty$$

La valeur minimale du coefficient de multiplication est alors :

$$e^{D/P} = K \sqrt{\frac{2}{f_o P}} \qquad (103)$$

Remarquons que ce cas est celui de la pompe à diodes unique et qu'il redonne le résultat idéal.

Les calculs précédents me servent seulement de guide car, pratiquement, je dois répondre, avec un seul appareil si possible à une grande diversité d'excursions exponentielles ($f_o P$).

Cet appareil aura un seuil fixé une fois pour toutes, qui sera rarement celui correspondant au seuil supposé par la théorie.

Je ne peux pas décider, dès maintenant, du meilleur montage, mais la faible dépendance du seuil théorique pour la double pompe à diodes, ses résultats meilleurs lorsque $N = f_o P$ est petit devant K^2, ses résultats très bons lorsque N est grand devant K^2 m'incitent à étudier le comportement pratique de ce système.

7-4-4 - Etude pratique de la double pompe à diodes en opposition parfaite

Pour fixer les idées, je vais choisir une pile expérimentale, ULYSSE dans le cas présent, et étudier le comportement de notre détecteur d'excursions lorsqu'on s'approche de la criticalité.

Dans le cas d'ULYSSE, pour assurer la divergence, l'on dispose d'une source de neutrons PoBe de 3,5 c émettant environ $6,10^6$ n/s.

Or, au voisinage du niveau critique, la puissance est de l'ordre de 100 mW.

Je pose que mon détecteur de neutrons me donne 10 impulsions/seconde pour une puissance de 1 mW, donc

$$50 < f_o < 1000 \text{ impulsions/seconde.}$$

D'autre part, les périodes d'excursions de puissance ne peuvent pratiquement être plus brèves que $\frac{1}{10}$ de seconde et, au-delà de 10 secondes, l'évolution est assez lente pour qu'elle puisse être corrigée manuellement ou par les systèmes habituels.

$$\frac{1}{10} < P < 10 \text{ s.}$$

Enfin, pour les raisons indiquées ci-dessous, je choisis K = 10. Le seuil fixé est celui que la théorie m'impose par la fréquence la plus élevée, soit $f_o = 1000$.

$$\frac{S}{\vartheta E} = 316. \quad \frac{T' - T}{[2 T T' (T + T')]^{1/2}} \qquad (104)$$

T et T' étant exprimés en secondes.

Le temps de déclenchement pratique que je désigne par Δ est donné par la résolution de l'équation :

$$\left(\frac{P}{P+T} - \frac{P}{P+T'}\right) e^{\Delta/P} + \frac{T}{P+T} e^{-\Delta/T} - \frac{T'}{P+T'} e^{-\Delta/T'} = \frac{316}{f_o} \frac{T' - T}{[2 T T' (T + T')]^{1/2}} \qquad (105)$$

A titre d'essai, je fais le calcul pour quatre excursions extrêmes

1 - niveau de démarrage - courte période $f_o =$ 50 ; P = 0,1 sec

2 - niveau de démarrage - longue période $f_o =$ 50 ; P = 10

3 - niveau autour de la criticalité
- courte période $f_o =$ 1000 ; P = 0,1

4 - niveau autour de la criticalité

- longue période f_o = 1000 ; P = 10

Enfin, j'ai choisi diverses combinaisons des valeurs de T et T'. Les résultats sont reproduits dans le tableau 14 ainsi que le résultat idéal prévu par la théorie développée dans le premier paragraphe.

P = 0,1 s f = 50 N = 5

	T=1 T'=10	T=1 T'=5	T=1 T'=2	T=0,5 T'=1	T=0,2 T'=1	T=0,1 T'=1	T=0,1 T'=10	Limite inf. théorique
$x = \frac{\Delta}{P}$	3,86	3,82	3,73	3,52	3,4	3,39	3,37	
Δ	0,386	0,382	0,373	0,353	0,34	0,339	0,34	
e^x	47,3	45,6	41,58	33,8	29,7	29,66	29	6,5
			P = 0,1	f_o = 1 000	N = 100			
x	1,5	1,7	2	1,3	1,2	1,12	1,21	
Δ	0,15	0,17	0,2	0,13	0,12	0,112	0,121	
e^x	4,48	5,47	7,38	3,67	3,32	3,06	3,38	3
			P = 10	f_o = 50	N = 500	N = 500		
x	2,25	2,52	3,2	4,1	4,6	5	3,33	
Δ	22,5	25,2	32	41	46	50	33,3	
e^x	9,48	12,53	24,53	60	99	147,4	28	2
			P=10	f_o = 1 000	N = 10 000			
x	0,32	0,5	0,64	1,05	1,6	2	0,65	
Δ	3,2	5	6,4	10,5	16	20	6,5	
e^x	1,37	1,64	1,89	2,83	4,95	7,38	1,9	1,3

Tableau 14

Je constate que les excursions de vie brève sont plus rapidement détectées avec dispositif composé de deux pompes à diodes ayant l'une, une constante d'intégration T = 0,1, et l'autre T' = 10 s.

Les excursions de vie longue me guideraient vers la solution T = 1 s, et T' = 10 s, mais il me paraît plus important d'arrêter au plus vite les excursions de vie brève. La solution

T = 0,1 s et T' = 10 s

offre un bon compromis.

7-4-5 - Comportement pratique de deux intégrateurs partiellement compensés

Comme le montrent les tableaux, certains temps de déclenchement sont très éloignés de la valeur idéale, ils correspondent à f_o = 50, car le seuil choisi pour l'appareil convient théoriquement à un f_o = 1000.

Les nécessités pratiques m'imposent le seuil le plus élevé, je retarde donc l'instant de déclenchement pour les fréquences basses.

Je cherche maintenant à remédier partiellement à ce défaut en prenant deux intégrateurs partiellement compensés ($\alpha \neq 1$). Je ferai mes calculs en vue d'améliorer le système optimal précédent T = 0,1 sec et T' = 10 s.

En effet, dans ce cas, le seuil minimal introduit dans la théorie est :

$$S = f_o \vartheta E (1 - \alpha) + K \vartheta E f^{1/2} \left(\frac{1}{2T} - \frac{2\alpha}{T + T'} + \frac{\alpha^2}{2T'} \right)^{1/2}$$

Le premier terme est négatif puisque je choisis α supérieur à l'unité, le second est évidemment positif. Les variations de ces deux termes se compensent quelque peu et les seuils théoriques pour les deux valeurs extrêmes de f_o sont moins éloignés que dans le cas précédent.

Plus précisément, en fonction de $f^{1/2}$ la variation de S est parabolique et elle présente un maximum qui est réalisé pour :

$$f = \frac{K^2 \left(\frac{1}{2T} - \frac{2\alpha}{T + T'} + \frac{\alpha^2}{2T'} \right)}{4 (\alpha - 1)^2} \qquad (106)$$

et donc la valeur est :

$$s_{max} = \frac{S_{max}}{\vartheta E} = \frac{K^2 \left(\frac{1}{2T} - \frac{2\alpha}{T + T'} + \frac{\alpha^2}{2T'} \right)}{4 (\alpha - 1)^2} \qquad (107)$$

Dans tous les cas, le seuil choisi et imposé à l'appareil est celui qui correspond à la plus grande valeur de S réalisé lorsque la fréquence f_o varie de 50 à 1000.

Or, avec les constantes de temps déjà choisies, la valeur réalisant le maximum est donnée par le tableau 15.

α	1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	2
f		12.100	3.000	1.200	750	481	333	120
s_{max}		1.210	600	480	300	240	200	120
s pour f = 1 000	696	592	492	392	292	192	92	-308
s pour f = 500	150	147	145	140	135	130	125	105

Tableau 15

Est souligné le seuil imposé pour chaque valeur de α au dispositif

Ce tableau montre pourquoi le choix $\alpha = 1$ est défavorable aux excursions partant de $f_o = 50$. Le seuil imposé à l'appareil étant celui qui convient théoriquement à $f_o = 1000$, le déclenchement n'a lieu pour $f_o = 50$ qu'à un seuil 4 fois plus élevé que la valeur suffisante.

En choisissant $\alpha = 1,3$, le rapport des seuils convenables pour $f_o = 1000$ et $f_o = 50$ devient inférieur à 3.

Enfin, avec $\alpha = 1,4$, le seuil maximal est celui qui convient à la fréquence f = 750. Le seuil convenable pour $f_o = 1000$ est à peine en-dessous de cette valeur.

Quant à l'excursion partant de $f_o = 50$, il lui suffit de dépasser d'un facteur 2,2 le seuil minimal qui lui convient pour donner le signal d'alarme.

La valeur $\alpha = 1,5$ convient presque aussi bien.

J'ai choisi la valeur $\alpha = 1,4$, car, bien que les excursions partant de $f_o = 1000$ permettent une détection rapide elles conduisent la pile au-dessus de la criticalité, donc il est préférable de ne point trop retarder leur arrêt.

Le tableau 16 montre l'évolution du facteur de multiplication pour un facteur $\alpha = 1,4$ et des constantes d'intégration égales respectivement à T = 0,1 s et T' = 10 s en fonction de la période.

Coefficients de multiplication
théorique et pratique

$\alpha = 1,4$ T = 0,1 T' = 10

	$P = \frac{1}{10}$	$P = \frac{5}{10}$	P = 1	P = 5	P = 10
f_o = 50	14,48 (6,5)	9,40 (4,66)	9,40 (3,56)	13,9 (2,34)	20,9 (2)
f_o = 200	5,64 (4,90)	3,67 (3)	3,53 (2,46)	4,86 (1,78)	9,67 (1,60)
f_o = 500	3,97 (3,56)	2,50 (2,34)	2,40 (2)	3,06 (1,57)	2,94 (1,52)
f_o = 1000	3,06 (3)	2,15 (2)	2 (1,78)	2,47 (1,42)	2,46 (1,3)

Tableau 16

Dans chaque case, le premier nombre désigne le coefficient de multiplication e^x obtenu avec l'appareil et le second nombre entre parenthèse désigne la valeur théorique minimale de ce coefficient.

Ce tableau m'inspire les remarques suivantes :

La théorie me montre que l'excursion qui atteindra la puissance la plus élevée est f_o = 1000 impulsions/sec et $P = \frac{1}{10}$ sec. En effet, la valeur minimale du coefficient de multiplication e^x est 3.

Dans l'exemple choisi (ULYSSE), cette valeur correspond à une puissance de 300 mW.

Or, mon appareil réalise dans ce cas presque l'idéal, puisqu'il fournit un coefficient de multiplication $e^x = 3,1$.

Dans tous les autres cas, on s'écarte, quelquefois notablement, de la valeur minimale, mais on n'atteint jamais la puissance de 300 mW.

Le double intégrateur partiellement compensé permet donc de couvrir avec sécurité toute la gamme des excursions que je me suis fixées, si l'on admet qu'aboutir à une puissance équivalente à 3 fois la puissance équivalente au niveau critique est pratiquement tolérable.

La puissance atteinte au moment du déclenchement n'est sans doute pas un critère suffisant. Il semble nécessaire de tenir compte également du temps pendant lequel une puissance excédentaire est appliquée, autrement dit, de l'énergie fournie au corps de la pile entre le moment où l'excursion commence et le moment où elle est détectée. Un calcul dans ce sens montre que le cas le plus défavorable est celui correspondant à l'excursion P = 10 sec. f_o = 200, et alors une énergie supplémentaire de 1,3 joules est fournie à la pile. Elle est le triple de l'énergie qui aurait été dégagée par la pile pendant le même temps. On voit ici que, dans tous les cas, l'apport indésirable d'énergie reste largement dans les limites de sécurité.

Enfin, une manière évidente d'améliorer la détection est d'augmenter l'efficacité du détecteur initial de neutrons pour qu'à une puissance donnée corresponde un plus grand nombre d'impulsions par seconde. La limite dans cette voie est surtout imposée par la valeur supérieure de la fréquence que l'on veut enregistrer, qui ne saurait dépasser, dans le cas le plus favorable, 10^5 impulsions par seconde sans ajouter un temps mort important.

CONCLUSION

La pompe à diodes constitue un élément de circuit susceptible de nombreuses applications.

J'ai particulièrement étudié :

1/ Son emploi comme intégrateur ou fréquencemètre. Grâce à une contre-réaction convenable, il est possible de la rendre linéaire sur une gamme de cinq décades de fréquences.

2/ Par une combinaison de trois pompes à diodes, il est possible d'obtenir une réponse logarithmique en fonction de la fréquence s'étendant sur une dizaine de décades.

3/ Une application particulièrement intéressante est celle de la détection rapide des excursions de puissance d'une pile ou, plus généralement, de toutes variations de grandeur se traduisant par des impulsions aléatoires dans le temps. La solution proposée à ce problème comprend deux intégrateurs par pompe à diodes en opposition partielle. Un seul appareil convenablement choisi permet de couvrir facilement une gamme de puissance allant de 1 à 20, et une gamme de période allant de $\frac{1}{10}$ de seconde à 10 secondes. La rapidité de réponse est telle que, dans le cas des excursions rapides, ce seront les dispositifs mécaniques ultérieurs qui définiront effectivement le moment d'arrêt de la pile.

Ce dispositif assure d'autre part une grande marge de sécurité contre les alarmes intempestives. Son emploi est particulièrement indiqué avec les *piles à neutrons rapides* où les excursions risquent d'avoir une période très brève.

Enfin j'ai étudié particulièrement ce montage dans le cas où l'on se trouve au-dessous de la criticalité. Rien n'empêche de l'adapter aux niveaux supérieurs à celui de la criticalité. Le principe reste le même, mais l'application est limitée par les taux de comptage que permettent les détecteurs.

Remarque

Depuis la rédaction de cette thèse, Monsieur VINCENT a publié un article complémentaire sur le procédé de détection des excursions rapides de puissance. "AN EXPERIMENTAL EQUIPEMENT FOR THE RAPID RECOGNITION OF EXCURSIONS IN REACTORS AT LOW LEVELS".

Il propose, dans ce nouvel article, une réalisation pratique de la compensation en employant, cependant, qu'une seule pompe à diodes.

Il complète son premier article en étudiant, certains cas limites comme je l'ai fait dans mon ouvrage.

Enfin, il emploie un intégrateur non linéarisé en montrant qu'une faible saturation a peu d'importance sur les résultats et en signalant qu'une saturation importante est à éviter.

APPENDICE

Potentiel moyen

Reprenant l'équation 26

$$W_n = \alpha E + (1 - \alpha) W_{(n-1)} e^{-\mu t_{(n-1)}}$$

Il vient que :

$$V_n = \frac{W_n}{t_n} \int_o^{tn} e^{-\mu t} dt$$

$$= W_n \frac{1 - e^{-\mu tn}}{\mu t_n}$$

Le potentiel moyen prend alors l'expression :

$$< \bar{v} > = < \bar{w} > \int_o^{\infty} \frac{1 - e^{-\mu t}}{\mu t} e^{-ft} f \, dt$$

Si j'appelle I l'intégrale, elle a alors pour valeur :

$$I = \int_o^{\infty} \frac{1 - e^{-\mu t}}{\mu t} e^{-ft} f \, dt$$

Or, le terme $\frac{1 - e^{-\mu t}}{\mu t}$ équivaut à :

$$\sum_{n=1}^{n=\infty} (-1)^{n-1} . \frac{(\mu t)^{n-1}}{n!} = \frac{1 - e^{-\mu t}}{\mu t}$$

d'où :

$$I = \sum_{n=1}^{n=\infty} \int_o^{\infty} (-1)^{n-1} . \frac{(\mu t)^{n-1}}{n!} e^{-ft} f \, dt$$

$$= \sum_{n=1}^{n=\infty} A_n$$

avec :

$$A_n = \int_o^{\infty} (-1)^{n-1} . \frac{(\mu t)^{n-1}}{n!} e^{-ft} f \, dt$$

$$= \int_o^{\infty} (-1)^{n-1} . \frac{(\mu t)^{n-1}}{n!} d(e^{-ft})$$

$$= \int_o^{\infty} (-1)^{n-1} e^{-ft} . \frac{(n-1)(\mu t)^{n-2}}{n!} \mu \, dt$$

$$= (-1)\ \frac{n-1}{n}\cdot\ \frac{\mu}{f}\ .\ \int_o^{\infty}\ (-1)^{n-2}\cdot\ \frac{(\mu t)^{n-2}}{(n-1)!}\ e^{-ft}\ f\ dt$$

En additionnant tous les termes de n = 1 à n = ∞, il vient donc

$$A_n\ =\ (-1)^{n-1}\cdot\ \frac{1}{n}\cdot\ \left(\frac{\mu}{f}\right)^{n-1}$$

d'où :

$$I\ =\ \sum_{n=1}^{n=\infty}\ A_n\ =\ \frac{f}{\mu}\ .\ \sum_{n=1}^{n=\infty}\ (-1)^{n-1}\cdot\ \frac{1}{n}\left(\frac{\mu}{f}\right)^n$$

$$=\ \frac{f}{\mu}\ \log\ \left(1+\frac{\mu}{f}\right)$$

Le potentiel moyen a alors pour expression :

$$<\bar{v}>\ =\ \alpha\ E.\ \frac{\frac{f}{\mu}\ \log\ \left(1+\frac{\mu}{f}\right)}{1-(1-\alpha)\frac{f}{f+\mu}}$$

$$=\ \alpha\ E.\ \frac{(f+\mu)\ \frac{f}{\mu}\ \log\ (1+\mu/f)}{\mu+\alpha f}$$

Un développement au second degré en $\frac{\mu}{f}$ donne :

$$\bar{v}\ =\ \alpha\ E.\ \frac{f\ \ (1+\mu/f)\ \ \left(1-\frac{1}{2}\ \frac{\mu}{f}+\frac{1}{3}\ \frac{\mu^2}{f^2}\ \ldots\right)}{\alpha\ f+\mu}$$

Ecart quadratique moyen

Comme dans le cas du potentiel moyen, je pose :

$$<\bar{v}^2>\ =\ \frac{1}{n}\ \int_o^{t_n}\ w_n^2\ e^{-2\mu t_n}\ dt$$

$$=\ w_n^2\ .\ \frac{1-e^{-2\mu t_n}}{2\ \mu\ t_n}$$

Par conséquent, il vient donc :

$$<\bar{v}^2>\ =\ <\bar{w}^2>\ \int_{\cdot}^{\infty}\ \ \frac{1-e^{-2\mu t}}{2\ \mu\ t}\ \ e^{-ft}\ f\ dt$$

$$=\ <\bar{w}^2>\frac{f}{2\mu}.\ \log\ \left(1-\frac{2\mu}{f}\right)$$

Or,

$$w_n^2\ =\ (\alpha\ E)^2\ +\ (1-\alpha)\ 2\ f\ [w_{(n-1)}]\ e^{-\mu t_{(n-1)}}\ +\ (1-\alpha)\ w_{(n-1)}^2\ \ e^{-\mu t_{(n-1)}}$$

d'où :

$$<w^2>\ =\ (\alpha\ E)^2\ +\ (1-\alpha)\ \frac{f}{f+\mu}\ .\ 2\ \alpha^2\ E^2.\ \frac{1}{1-(1-\alpha)\frac{f}{f+\mu}}\ +\ (1-\alpha)^2<w^2>\ \frac{f}{f+2\mu}$$

Ce qui donne :

$$=\ <w^2>\ \left[\ 1-(1-\alpha)^2\ \ \frac{f}{f+2\mu}\ \right]\ =\ (\alpha\ E)^2\ \left[\ 1+2\ (1-\alpha)\ \ \frac{f}{\alpha f+2\mu}\ \right]$$

Alors, la variance est telle que l'on obtient :

$$\langle \bar{v}^2 \rangle = (\alpha E)^2 . \frac{1 + 2 (1 - \alpha) \dfrac{f}{\alpha f + \mu}}{1 - (1 - \alpha)^2 \dfrac{f}{f + 2\mu}} \cdot \frac{f}{2\mu} \log \left(1 + 2 \frac{\mu}{f} \right)$$

La moyenne du carré du potentiel moyen devient égale à :

$$\langle \bar{v} \rangle^2 = (\alpha E)^2 . \frac{\left(\frac{f}{\mu}\right)^2 \left[\log \left(1 + \frac{\mu}{f} \right) \right]^2}{\left[1 - (1 - \alpha) \dfrac{f}{f + 2\mu} \right]^2}$$

En développant les deux expressions au premier ordre en $\frac{\mu}{f}$, elles deviennent respectivement :

$$\langle \bar{v}^2 \rangle = (\alpha E)^2 . \frac{\mu + f (2 - \alpha)}{\alpha f + \mu} . \frac{f + 2\mu}{2\mu + \alpha f (2 - \alpha)} . \left[1 - \frac{\mu}{f} + \frac{1}{3} \left(\frac{2\mu}{f} \right)^2 \right]$$

et :

$$\langle \bar{v}^2 \rangle = (\alpha E)^2 . \frac{(f + \mu)^2}{(\alpha f + \mu)^2} . \left(1 - \frac{\mu}{f} + \frac{11}{12} \frac{\mu^2}{f^2} \right)$$

d'où :

$$\frac{\langle \bar{v}^2 \rangle}{\langle \bar{v} \rangle^2} - 1 = \frac{(f + 2\mu) (2 - \alpha) f \left[1 + \dfrac{\mu}{2 - \alpha} \cdot \dfrac{1}{f} \right] (\alpha f + \mu)}{f^2 \left(1 + \dfrac{2\mu}{f} + \dfrac{\mu^2}{f^2} \right) [2\mu + \alpha (2 - \alpha)]} . \left(1 + \frac{5}{12} \frac{\mu^2}{f^2} \right) - 1$$

Si, comme je l'ai déjà fait, je considère le facteur α comme étant négligeable ou tendant vers une valeur nulle, il vient alors :

$$\frac{\langle \bar{v}^2 \rangle}{\langle \bar{v} \rangle^2} - 1 = \frac{1}{2} \frac{\mu}{f} . \frac{1 + \dfrac{2}{3} . \dfrac{\mu}{f}}{1 + 2 \dfrac{\mu}{f}}$$

$$\# \quad \frac{1}{2} \frac{\mu}{f} \left(1 - \frac{4}{3} \frac{\mu}{f} \right)$$

$$\# \quad \frac{1}{2 f R C_2}$$

BIBLIOGRAPHIE

[1] - SCHIFF AND ROBLEY-D EVANS - Statistical Analysis of the counting rate-meter. Rew. SCI Int 7-456 - Décember 1936.
Cet article traite de la fluctuation statistique suivant la loi de Poisson.

[2] - E.W. PULSFORD - A Count-rate meter. Elect-Eng Aug 1954.
Il s'agit d'une méthode de compensation du temps mort.

[3] - G.D. SMITH. Counting rate-meter - Electr-Eng. Janvier 1952.
L'auteur traite de différents intégrateurs et de la méthode de mesure applicable à chaque type d'intégrateur. Il développe aussi une méthode d'amélioration de la linéarité.

[4] - E.H. COOKE YARBOROUGH AND E.W. PULSFORD - A counting rate-meter of high accuracy.

[5] - E.W. PULSFORD - An accurate logarithmic counting rate-meter covering a wide range.
Ces deux articles traitent de la mesure du comptage logarithmique.

[6] - BRUCE B BORROW - the logarithmic diode counting rate-meter and Période-meter.
L'auteur analyse le bruit de fond et la linéarité d'un intégrateur.

[7] - EARNSHAW - the diode pump integrator - Elect Eng Jan 1956.
Cet article est général.

[8] - R.G. NICOLO - Etude théorique et fonctionnement physique d'un intégrateur - onde électrique n° 391 Oct 1959 - p. 817 - 822.
Il s'agit de principe de base sur le fonctionnement de la pompe à diodes.

[9] - R.G. NICOLO - Fonctionnement d'un intégrateur logarithmique. Automatisme Tomme V - Juillet-Août 1960.
Cet article montre comment il est pratiquement possible d'obtenir une réponse approximativement logarithmique.

[10] - R.G. NICOLO - Principe de fonctionnement d'un intégrateur logarithmique note interne CEA - DI-CP - 59-R-126.
L'auteur montre quelques aspects de fonctionnement d'une pompe à diodes.

[11] - R.G. NICOLO - Conférences sur l'électronique de contrôles des Piles Plutonigènes G_2 G_3 de MARCOULE, note CEA - CDP n° 2461 Oct 1957 et 2445 Oct 1957.
L'auteur développe de la manière la plus succinte, le principe de fonctionnement d'une pompe à diodes et décrit quelques applications pratiques dans la mesure des rayonnements.

[12] - C.H. VINCENT - The rapid recognition of a significant increase in the rate of arrival of pulse occuring at radom - Nuclear Instruments and methods 9 - 1960 p. 181-194.
L'auteur limite son étude à des impulsions distribuées au hasard dans le temps.

TABLE DES MATIÈRES

	Pages
INTRODUCTION	5
CHAPITRE I - POMPE A DIODES	9
Fonctionnement	9
Remarques sur les imperfections des diodes	11
Diviseur de fréquence	11
CHAPITRE II - POMPE A DIODES CHARGEE PAR UNE RESISTANCE	13
1/ Impulsions périodiques	13
Valeurs asymptotiques	14
Ondulation	15
Constante de temps	15
Mémoire exponentielle	17
2/ Impulsions Aléatoires	18
Valeurs moyennes	19
Ondulation	20
Temps de montée	20
Raisonnement par la mémoire exponentielle	20
Ecart quadratique moyen	21
CHAPITRE III - EFFETS SECONDAIRES	23
Impulsions périodiques	23
Résistances inverses des diodes	23
Résistance directe de la diode d_2	23
Effets des capacités parasites	24
Impulsions aléatoires	24
CHAPITRE IV - LINEARITE	25
1/ Variation du potentiel de la masse fictive	25
Fonctionnement	25
2/ Variation progressive de l'amplitude du signal d'entrée	27
Fonctionnement	27
Compensation du temps mort	28
Raisonnement par la mémoire exponentielle	29
Ecart quadratique moyen	30

Pages

CHAPITRE V - EXPERIENCES 31

Partie linéaire 31

Pompe à diodes 31
Contre-réaction par variation du potentiel de la masse fictive 33
Variation progressive de l'amplitude du signal d'entrée 35
Montage final 37
Tension d'ondulation 40
Impulsions aléatoires 40
Etablissement d'un projet 45
Intégrateur appliqué à la mesure en spectrométrie 46

CHAPITRE VI - THEORIE ET EXPERIENCES, PARTIE LOGARITHMIQUE 49

CHAPITRE VII - DETECTION DES EXCURSIONS DE PUISSANCE NEUTRONIQUE D'UNE PILE 59

Introduction 59
Etude théorique 59

Application à une excursion de puissance neutronique exponentielle 62
Bruit de fond 64
Détermination du facteur K 64

Circuits d'utilisation 65

Deux pompes à diodes montées en opposition partielle 65
Temps de déclenchement 68
Une pompe à diodes 69
Deux pompes à diodes montées en opposition parfaite 71
Etude pratique de la double pompe à diodes en opposition parfaite 72
Comportement pratique de deux intégrateurs partiellement compensés 73

Conclusion 77

Appendice 79

Potentiel moyen 79
Ecart quadratique moyen 80

Bibliographie 83

DEUXIEME THESE

Propositions données par la Faculté

"EFFET ZENER".

Vu et approuvé :
Paris, le 9 mai 1962
Le Doyen de la Faculté des Sciences,
Marc ZAMANSKY

Vu
et Permis d'imprimer :
Le Recteur de l'Académie
de Paris,
Jean ROCHE

IMP. LOUIS-JEAN – GAP

Dépôt legal n° 31 – 1963